بررسی نور قطبی شده روی یک دی الکتریک و مقایسه نتایج آن با معادلات فرنل

پارسا رنگریز
۹۷۱۱۰۳۱۴

آزمایشگاه اپتیک، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف

۲۶ آبان ۱۴۰۰

۱ مدل و نظریه

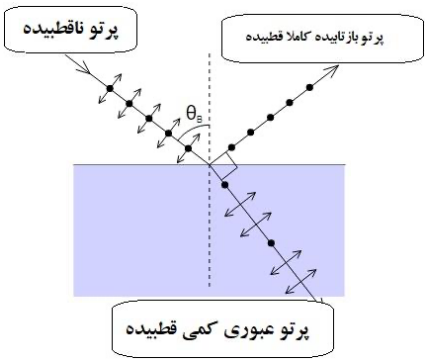
۱.۱ زاویه بروستر

وقتی نور به مرز دو محیط با ضریب شکست متفاوت میرسد، همانطور که در شکل نشان داده شده است، قسمتی از آن اغلب بازتاب میشود. بخش بازتابیده، توسط معادلات فرنل توصیف میشود و به قطبش نور تابیده و زاویه تابش بستگی دارد.

زاویه بروستر ، زاویهٔ تابش پرتو نور با قطبشی خاص است که بدون هیچ بازتابی به طور کامل از سطح یک دی الکتریک شفاف عبور می‌کند. وقتی نور ناقطبیده در این زاویه تابیده میشود ، نور بازتابیده از سطح به طور کامل قطبیده می‌شود. معادلات فرنل بیان می‌کند که نور با قطبش P (قطبش موازی با سطح، که در شکل با دایره‌های کوچک توپر نشان دادهشدهاند) بازتابیده نخواهد شد اگر زاویهٔ تابش برابر باشد با

$$\theta_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \tag{۱}$$

که n_1 ضریب شکست محیط اول و n_2 ضریب شکست محیط دوم است. این معادله ، قانون بروستر و این زاویه، زاویه بروستر است.



شکل ۱: زاویه بروستر

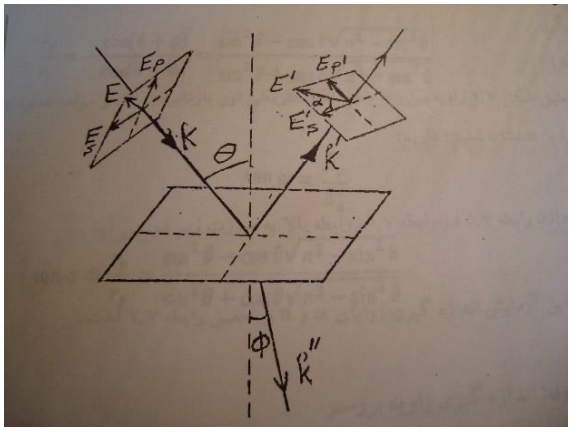
۲.۱ معادلات فرنل

فرض میکنیم که یک موج تخت تکفام دارای قطبش خطی، تحت زاویه θ، بر فصل مشترک همواری که دو محیط دی الکتریک مختلف را ازهم جدا میکند فرود آید. در این حالت قسمتی از موج از سطح مشترک دو محیط بازتابیده و قسمتی از موج وارد محیط دوم شده و تحت زاویه ϕ شکست پیدا می‌کند. مطابق شکل مؤلفه موازی با صفحه تابش میدان الکتریکی نور فرودی را با E_p و مؤلفه عمود بر صفحه تابش میدان نور فرودی را با E_s نشان می‌دهیم.

E'_s و E'_p نیز مؤلفه‌های میدان الکتریکی نور باز تابیده می‌باشند. با توجه به شرایط مرزی که با استفاده از قوانین نظریه الکترو مغناطیس بدست می‌آیند و با استفاده از قانون اسنل، می‌توان ضرایب بازتاب را برای مؤلفه‌های عمود و موازی با صفحه تابش، از روابط زیر که به معادالت فرنال موسومند بدست آورد

$$r_s = \frac{E'_s}{E_s} = -\frac{\sin(\theta - \phi)}{\sin(\theta + \phi)} \tag{۲}$$

$$r_p = \frac{E'_p}{E_p} = -\frac{\tan(\theta - \phi)}{\tan(\theta + \phi)} \tag{۳}$$



شکل ۲: فصل مشترک و موج تکفام

هرگاه بردار میدان الکتریکی نور تخت فرودی با صفحه تابش زاویه ۴۵ درجه داشته باشد در آن صورت E_s و E_p با یکدیگر برابر بوده و داریم

$$\frac{r_p}{r_s} = \frac{E'_p}{E'_s} = -\frac{\cos(\theta - \phi)}{\cos(\theta + \phi)} \tag{۴}$$

با توجه به اینکه محیط اول در آزمایش ما هوا است بنابراین، قانون اسنل به صورت زیر خواهد بود

$$\sin\theta = n \sin\phi \tag{۵}$$

که در آن n، ضریب شکست محیط دوم است. همچنین داریم

$$\frac{r_p}{r_s} = \frac{E'_p}{E'_s} = \frac{\sin^2\theta - \cos\theta\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{\sin^2\theta + \cos\theta\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}} \tag{۶}$$

گر طبق شکل اول زاویه بین بردار میدان الکتریکی نور بازتابیده E' و مؤلفه عمود بر صفحه تابش، E'_s ، را با α نشان دهیم، داریم

$$\tan\alpha = \frac{E'_p}{E'_s} = \frac{\sin^2\theta - \cos\theta\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{\sin^2\theta + \cos\theta\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}} \tag{۷}$$

هدف از این آزمایش اندازه گیری زوایای α و θ و تحقیق رابطه بالا است.

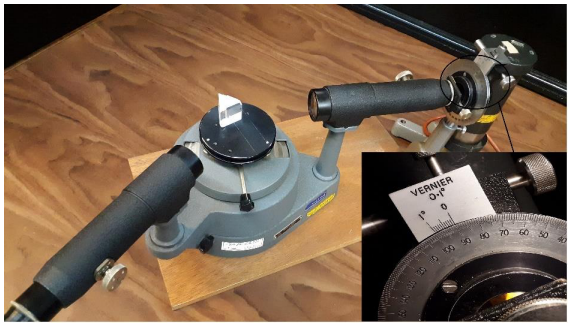
۲ وسایل آزمایش

طیف سنج، چراغ سدیم و منبع تغذیه، منشور، قطبشگر و تحلیلگر

۳ روش آزمایش

۱.۳ آزمایش اول: اندازه‌گیری زاویه بروستر

دستگاه طیف سنج را مطابق دستوری که در آزمایش ۱ آمده است تنظیم کنید و سپس لامپ سدیم را مقابل شکاف موازیساز قرار داده و تار موئی را بر تصویر شکاف منطبق کنید. بدون تغییر در مکان دوربین صفر صفحه حامل را بر صفر صفحه چرخان منطبق کرده و سعی کنید تا آخر آزمایش این تنظیم برقرار باشد. قطبشگر را روی ۹۰ درجه میزان کرده و جلوی چراغ سدیم بگذارید. مطابق آنچه در شکل مشاهده می شود ، دوربین چشمی دستگاه را در موقعیتی که بتوان پرتو بازتاب را مشاهده کرد قرار می دهیم .پس از مشاهده انعکاس تصویر شکاف ، منشور را بچرخانید و با دوربین تصویر شکاف راتعقیب کنید. با چرخش منشور در جهت مناسب، شدت نور تصویر شکاف کم میشود تا به حداقل رسیده و مجددا شدت نور شکاف زیاد میشود. جایی که شدت نور تصویر شکاف کمینه است دوربین را محکم کرده و درجه مربوط با بخوانید θ_1 سپس منشور را برداشته و مستقیما تصویر شکاف را ببینیدی و زاویه را یادداشت کنید θ_0. (در صورتیکه تنظیم طیف سنج به هم نخورده باشد مقدار آن صفر خواهد بود.) مقادیر بدست آمده را در جدول یادداشت کرده و این عمل را حداقل سه بار تکرار کنید. با استفاده از این نتایج زاویه تابش را که همان زاویه بروستر است محاسبه کنید.

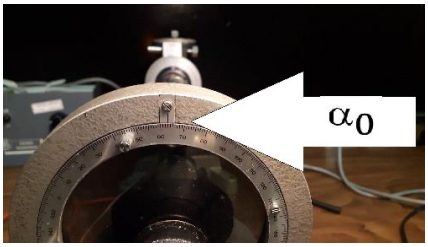


شکل ۳: اندازه‌گیری زاویه بروستر

۲.۳ آزمایش دوم: اندازه گیری زوایای θ و α و نسبت ضرایب بازتاب

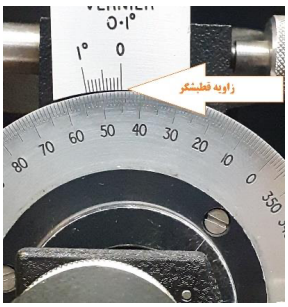
همانطور که در ابتدا گفته شد چون ضرایب بازتاب برای مؤلفه‌های عمودی و موازی میدان الکتریکی با صفحه تابش با یکدیگر تفاوت دارند بنابراین بعد بازتاب از یک سطح، جهت قطبش نور عوض میشود. ما در این آزمایش میخواهیم جهت قطبش نور را پیدا کرده و زاویه بین این جهت و امتداد عمود بر صفحه تابش را بیابیم. برای این منظور مراحل زیر را انجام می دهید:

۱. بدون اینکه در تنظیم اولیه طیف سنج تغییری ایجاد نمائید تحلیلگر را جلوی دوربین طیف سنج نصب کنید. قطبشگر را روی صفر قرار داده و منشور را از روی حامل بردارید، تا تصویر شکاف را ببینید. تحلیلگر را بچرخانید تا شدت نور تصویر شکاف به حداقل ممکن برسد. در این حالت عدد خوانده شده روی تحلیلگر را یادداشت کنید. این عدد را α_0 نامیده و آن را مبدأ سنجش قرار دهید.



شکل ۴: یافتن مبدا سنجش

۲. قطبشگر را روی زاویه ۴۵ درجه قرار داده منشور را روی حامل بگذارید.



شکل ۵: تعیین موقعیت قطبشگر

۳. با چرخش مناسب دوربین زاویه تابش را طبق خواسته‌های جدول تنظیم کنید. صفحه حامل منشور را بچرخانید تا تصویر شکاف بر روی تار موئی منطبق شود.

۴. تحلیلگر را بچرخانید تا شدت نور تصویر شکاف به کمترین مقدار خود برسد. زاویه تحلیلگر را یادداشت نمائید α_1، نتایج را در جدول بنویسید. برای دقت بیشتر بهتر است که در محدوده زاویه بروستر تغییرات زاویه تابش، θ، را کوچکتر کرده و تعداد اندازه گیری های خود را افزایش دهید. بعد از اندازهگیری α مقدار $\tan\alpha$ را بدست آورده و در جدول بنویسید. مقدار ضریب شکست را $n = 1.52$ فرض بگیرید.

۴ جدول داده‌ها

جدول آزمایش‌های اول و دوم به ترتیب زیر هستند.

شکل ۶: تعیین موقعیت تحلیلگر

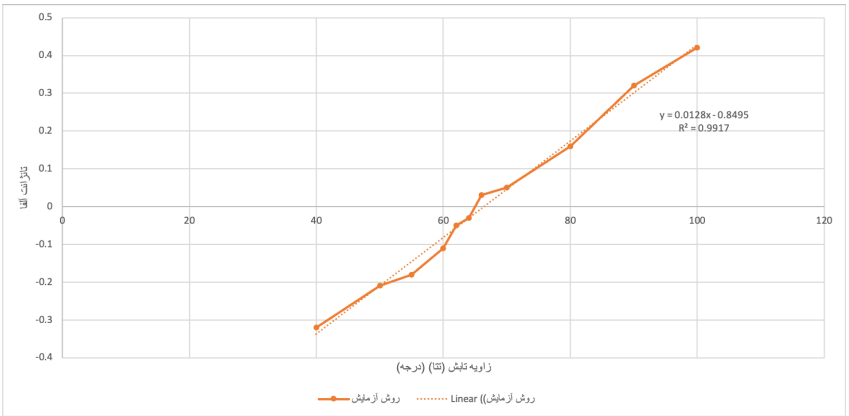
جدول ۱: زاویه بروستر

n	θ_B	$\theta = \theta_1 - \theta_0$	$\theta_1(\pm 1')$	$\theta_0(\pm 1')$	N
1.700	$59.53^o \pm 0.02^o$	$60^o57'$	$60^o57'$	0^o	1
1.704	$59.60^o \pm 0.02^o$	$60^o48'$	$60^o48'$	0^o	2
1.700	$59.53^o \pm 0.02^o$	$60^o56'$	$60^o56'$	0^o	3

جدول ۲: اندازه‌گیری زوایای α و θ و نسبت ضرایب بازتاب

$\tan\alpha_{comp}$	$\tan\alpha_{exp}$	$\alpha = \alpha_0 - \alpha_1(\pm 1^o)$	$\alpha_1(\pm 1^o)$	$\alpha_0(\pm 1^o)$	$\theta(\pm 1^o)$
-0.44	-0.32 ± 0.03	-18^o	45^o	63^o	40^o
-0.18	-0.21 ± 0.03	-12^o	51^o	63^o	50^o
-0.05	-0.18 ± 0.03	-10^o	53^o	63^o	55^o
-0.09	-0.11 ± 0.03	-6^o	57^o	63^o	60^o
0.15	-0.05 ± 0.03	-3^o	60^o	63^o	62^o
0.2	-0.03 ± 0.03	-2^o	61^o	63^o	64^o
0.26	0.03 ± 0.03	2^o	65^o	63^o	66^o
0.37	0.05 ± 0.03	3^o	66^o	63^o	70^o
0.66	0.16 ± 0.03	9^o	72^o	63^o	80^o
1.00	0.32 ± 0.03	18^o	81^o	63^o	90^o
1.52	0.42 ± 0.03	23^o	86^o	63^o	100^o

۵ نمودار داده‌ها



شکل ۷: نمودار تانژانت زاویه آلفا بر حسب زاویه تابش

۶ خطا

۱.۶ آزمایش اول

ابتدا باید خطای زاویه بروستر را پیدا کنیم که از رابطه معروف زیر بدست می‌آید

$$\Delta\theta_B = \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_{\theta_B} \tag{۸}$$

خطای ضریب شکست را می‌توان از طریق خطای زاویه بروستر بدست آورد

$$n = \tan\theta_B \implies \Delta n = \frac{\Delta\theta_B}{\cos^2\theta_B} = 0.3 \tag{۹}$$

۲.۶ آزمایش دوم

همین مراحل بالا همین‌جا نیز تکرار می‌شود

$$\Delta\tan\alpha = \frac{\Delta\alpha}{\cos^2\alpha} \tag{۱۰}$$

اما این همه مساله نیست. باید خطای آلفا در روش محاسبه را نیز بدست آوریم.

$$\Delta\tan\alpha = \frac{2(n^2-\sin^2\theta)+4\sin^2\theta\cos^2\theta}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta}(\sin^2\theta+\cos\theta\sqrt{n^2-\sin^2\theta})^2}\Delta\theta = 0.0004 \tag{۱۱}$$

از عوامل خطای این آزمایش می‌توان به این‌ها اشاره کرد: دقت کم قطبشگر و تحلیلگر، خطای تنظیم چشمی، خطای دستگاه‌ها و آزمایشگر

۷ نتیجه‌گیری

۱.۷ آزمایش اول

از جدول یک بدست می‌آید:

$$\boxed{\langle\theta_B\rangle = 59.55^o \pm 0.04^o} \tag{۱۲}$$

بنابراین ضریب شکست با استفاده از داده‌های بدست آمده بدین صورت است

$$\boxed{\langle n\rangle = 1.7 \pm 0.3} \tag{۱۳}$$

با عددی که خود صورت آزمایش به ما داده که عدد $n = 1.52$ است به مقدار زیر خطا دارد

$$e = \frac{1.7-1.52}{1.52} \approx 10\% \tag{۱۴}$$

بنابراین خطای این آزمایش حدود ۱۰ درصد بوده است.

۲.۷ آزمایش دوم

با توجه به نمودار بدست آمده، نقطه‌ای که نمودار با محور افقی قطع می‌شود، زاویه بروستر را به ما خواهد داد. این مقدار را برای هر دو بخش آزمایش و محاسبه می‌خوانیم:

$$\boxed{\theta_{B_{exp}} = 66.37^o \pm 0.02^o} \tag{۱۵}$$

که مقدار دقت خوبی را نشان می‌دهد. همچنین خطای نسبی آزمایش اول نیز برابر است با ۵ درصد. بنابراین آزمایش دوم بهتر است به این دلیل که نیازی به این نیست که آزمایشگر کمینه شدت نور را بیابد.