مطالعه تیغه های بازدارنده ربع موج، نیم موج، تمام موج و بررسی قانون مالوس

پارسا رنگریز
۹۷۱۱۰۳۱۴

آزمایشگاه اپتیک، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف

۲۸ مهر ۱۴۰۰

۱ مقدمه

در این آزمایش قصد داریم در مورد یکی از وسایل پایه‌ای آزمایشگاه اپتیک یعنی قطبشگرها مطالعه کنیم و خصوصیات آن را استخراج کنیم. در ابتدا با تیغه‌های ربع موج، نیم موج و تمام موج آشنا می‌شویم و سپس سعی می‌کنیم چند تیغه مجهول را شناسایی کنیم. در واقع اثر تیغه ربع موج بر نور قطبیده خطی مطالعه می‌شود و حالات ترکیب دو تیغه ربع موج بررسی می‌گردد. قانون مالوس نیز همچنین مشخص می‌شود.

این تیغه‌ها که بلورهای دوشکستی هستند، ضریب شکستی متفاوت در دو راستای متفاوت دارند. این اختلاف ضریب شکست، باعث می‌شود اختلاف راه صورت گیرد و سبب اختلاف فاز شود. اگر اختلاف فاز ایجاد شده $\frac{\pi}{2}$ باشد، به آن ربع موج می‌گوییم. اگر این اختلاف فاز π باشد، این تیغه را نیم‌موج و در صورت 2π تیغه تمام موج می‌نامیم.

۲ مدل و نظریه

اگر یک موج تکفام قطبیده‌ی خطي بر روي یک بلور دو شکستي فرود آید، به دو باریکه‌ي خروجي عادی و غیر عادي تقسیم مي‌شود. در موج عادي میدان الکتریکي بر امتداد محور نوري بلور عمود بوده و در موج غیرعادي میدان الکتریکي موازي با امتداد محور نوري بلور مي‌باشد. فرض کنید که یک بلور دو شکستي را به گونه‌اي برش دهیم که یک تیغه‌ي متوازي السطوح به دست آید، بطوري که محور نوري آن موازي با دو سطح تیغه باشد. اگر میدان الکتریکي موج تکفام قطبیده‌ي تخت فرودي داراي مؤلفه‌هاي موازی و عمود بر محور نوری باشد، چون ضریب شکست بلور براي دو موج عادي و غیر عادي متفاوت است بنابراین دو موج تخت جدا از هم داخل بلور انتشار خواهند یافت. دو موج پس از پیمودن ضخامت تیغه با اختلاف فاز $\Delta\phi$ با یکدیگر تداخل خواهند کرد. اندازه‌ي اختلاف فاز نسبي بین دو موج از رابطه‌ي زیر به دست مي‌آید:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} d|n_0 - n_e| \tag{۱}$$

که در آن λ، طول موج نور در خلا، n_0، ضریب شکست عادي، n_e، ضریب شکست غیر عادي و d، ضخامت تیغه مي‌باشد.

اگر این اختلاف فاز برابر $\frac{\pi}{2}$ (معادل اختلاف راه نوري $\frac{\lambda}{4}$) باشد، تیغه را ربع موج و اگر اختالف فاز برابر π (معادل اختلاف راه نوري $\frac{\lambda}{2}$) باشد، تیغه را نیم موج و در حالیکه اختالف فاز برابر (معادل راه نوري λ) باشد، تیغه را تمام موج مي‌نامند.

در صورتي که میدان الکتریکي نور قطبیده ي خطي، در امتداد محور نوري و یا عمود بر امتداد محور نوري باشد، دیگر میدان الکتریکي داراي دو مؤلفه نخواهد بود و نور فرودي بدون تغییر در قبطش از بلور خارج مي‌شود. به همین دلیل این دو امتداد را راستاهاي برگزیده نامیده و با x, y نشان مي‌دهیم.

۱.۲ تیغه نیم‌موج

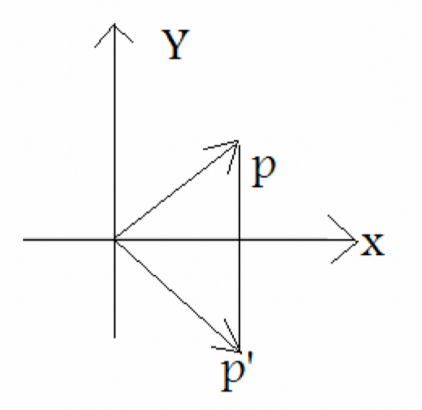
فرض کنید که موج قطبیده خطی $\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 \cos(\omega t)$ از قطبش‌گر خارج شده و بر تیغه فرود آید، به گونه که مطابق شکل زیر با محور x زاویه α بسازد. در این صورت دو مولفه موج هنگام ورود به تیغه به صورت زیر است:

$$x = P_0 \cos(\omega t)\cos(\alpha), \quad y = P_0 \cos(\omega t)\sin(\alpha) \tag{۲}$$

مولفه‌های موج بعد از خروج از تیغه نیم موج برابر است با

$$x' = P_0 \cos(\omega t)\cos(\alpha), \quad y' = P_0 \cos(\omega t - \pi)\sin(\alpha) = -P_0 \cos(\omega t)\sin(\alpha) \tag{۳}$$

و این بدان معنی است که موج هنگام خروج از تیغه دارای قطبش خطی بوده و امتداد قطبش آن به گونه‌ای است که با قطبش نور ورودی نسبت به محور x قرینه می‌باشد.



شکل ۱: تیغه نیم‌موج

۲.۲ تیغه ربع موج

اگر مثل حالت قبل مولفه‌های موج ورودی را برابر

$$x = P_0\cos(\omega t)\cos(\alpha), \quad y = P_0\cos(\omega t)\sin(\alpha) \tag{۴}$$

فرض کنیم، مولفه‌های موج خروجی از تیغه ربع موج به صورت زیر است

$$x' = P_0\cos(\omega t)\cos(\alpha), \quad y' = P_0\cos\Big(\omega - \frac{\pi}{2}\Big)\sin(\alpha) = -P_0\sin(\omega t)\sin(\alpha) \tag{۵}$$

و رابطه فوق معادلات پارامتری یک بیضی می‌باشند که محورهای آن منطبق بر راستاهای برگزیده بلور است و چنانچه $\alpha = \frac{\pi}{4}$ باشد، این موج دارای قطبش دایروی خواهد بود.

۳.۲ تیغه تمام موج

اگر موج ورودی به تیغه به صورت زیر باشد

$$x = P_0\cos(\omega t)\cos(\alpha), \quad y = P_0\cos(\omega t)\sin(\alpha) \tag{۶}$$

مولفه‌های موج خروجی از تیغه موج به صورت زیر خواهد بود

$$x' = P_0\cos(\omega t)\cos(\alpha), \quad y' = P_0\cos(\omega t - 2\pi)\sin(\alpha) = P_0\cos(\omega t)\sin(\alpha) \tag{۷}$$

۳ وسایل آزمایش

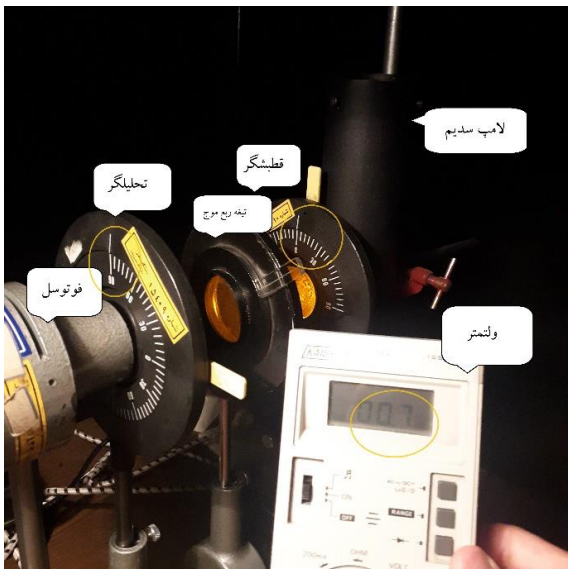
ریل اپتیکی، لامپ سدیم، منبع تغذیه، دو تیغه ربع موج، چهار تیغه مجهول، پایه‌های مناسب، قطبش‌گر و تحلیل‌گر، فتوسل، ولت‌سنج و سیم‌های رابط

۴ روش آزمایش

۱.۴ اثر تیغه ربع موج بر نور قطبیده خطی

ابتدا لامپ سديم را روي ريل اپتيكي قرار دهيد. قطبشگر را مقابل لامپ سديم قرار داده و بعد از آن تحليلگر را بگذاريد. سپس فتوسل را در حاليكه به ولتمتر متصل است، پشت تحليلگر و نزديک به آن قرار دهيد. قطبشگر را روي صفر وتحليلگر را روي ۹۰ درجه تنظيم كرده و لامپ سديم را روشن كنيد. در اين حالت بايد ولتاژ خوانده شده مينيمم باشد. (در غير اين صورت با چرخاندن قطبشگر مينيمم ولتاژ را يافته و زاويه ي خوانده شده را به عنوان صفر قطبشگر در نظر بگيريد). بدون آنكه در تنظيم تغييري ايجاد كنيد تيغه ربع موج را بين قطبشگر و تحليلگر قرار دهيد (خواهيد ديد كه عدد ولتمتر تغيير ميكند.) تيغه ي ربع موج را بچرخانيد تا ولتاژ خوانده شده مجددا مينيمم شود.(در تمام قسمتهاي آزمايش براي هر تيغه اي تنظيم اوليه به همين صورت انجام مي‌پذيرد.)

حال بدون آنكه در تيغه ربع موج تغييري ايجاد كنيد، قطبشگر را روي زاويه ۴۵ ميزان كرده و با تغيير زاويه تحليلگر از $+۹۰$ تا ۹۰ــ، تغييرات ولتاژ را يادداشت كنيد.



شکل ۲: همانطور که در عکس مشخص است، قطبشگر بر روی صفر درچه و تحلیل‌گر بر روی ۹۰ درجه تنظیم شده و تیغه ربع موج در زاویه‌ای قرار دارد که ولتمتر مینیمم شده است

.

۲.۴ تعیین نوع چهار تیغه مجهول

چهار تیغه که مشخصات آنها را نمي‌دانيد، در اختيار شما گذاشته شده است. براي هر تيغه پس از تنظيم اوليه (مطابق به آنچه در قسمت اول توضيح داده شده) با توجه به تجربه‌اي كه از آزمايش اول به دست آورده‌ايد و همچنين با توجه به مطالب گفته شده در بخش مباني نظري آزمايش نوع تيغه را تعيين كنيد.

۳.۴ ترکیب دو تیغه ربع موج

مطابق آزمايش هاي گذشته قطبشگر و تحليلگر را عمود بر هم قرار داده، يک تيغه ربع موج را بين قطبشگر و تحليلگر قرار دهيد و با چرخش آن مينيمم شدت لامپ را مشاهده كنيد. تيغه ربع موج ديگر را نيز بين قطبشگر و تحليلگر گذاشته و با تنظيم زاويه آن مجددا نور خروجي را مينيمم كنيد. قطبشگر را روي زاويه ي ۴۵ درجه ميزان كرده و تحليلگر را از +۹۰ تا ۹۰ـ تغيير دهيد واز طريق آزمايش تعيين كنيد كه نور خروجي از دو تيغه اكنون داراي چه نوع قطبش است و دليل فيزيک آن را نيز بنويسيد.

مجددا، قطبشگر و تحليلگر را روي صفر و ۹۰ درجه قرار داده و يكي از تيغه‌هاي ربع موج را ۹۰ درجه بچرخانيد تا نور خروجي از تحليلگر به حداقل ممكن برسد. سپس قطبشگر را روي زاويه ي ۴۵ درجه تنظيم كرده و با چرخاندن تحليلگر به ازاي زواياي مختلف از +۹۰ تا ۹۰ـ درجه، قطبش نور خروجي از دو تيغه را تعيين كنيد.

۴.۴ بررسی قانون مالوس

قطبشگر و تحليلگر را عمود بر هم (قطبشگر روی درجه صفر و تحليلگر روی درجه ۹۰) مقابل لامپ سديم قرار دهيد، به گونه ای که نور خروجی از تحليلگر به حداقل برسد. سپس تحليلگر را ۵ درجه به سوی صفر تغيير داده و ولتاژ فتوسل را يادداشت كنيد. اين عمل را تكرار كرده تا زاويه به صفر برسد.

طبق قانون مالوس شدت نور حروجی از تحليلگر از رابطه زير پيروی می‌كند

$$I = I_0 \cos^2(\theta) \qquad (۸)$$

كه در آن θ زاويه بين قطبشگر و تحليلگر می‌باشد.

۵ جدول داده‌ها

۱.۵ آزمایش اول

جدول ۱: اثر تیغه ربع موج بر نور قطبی شده

زاویه قطبشگر (درجه)	زاویه تحلیلگر (درجه)	اندازه ولتاژ (میلی ولت)
45	90	−19.2
45	75	−20.5
45	60	−21.9
45	45	−22.5
45	30	−22.4
45	15	−21.3
45	0	−20.0
45	−15	−18.3
45	−30	−17.1
45	−45	−16.6
45	−60	−16.6
45	−75	−17.5
45	−90	−19.0

۲.۵ آزمایش دوم

(آ) تیغه نوع A

زاویه قطبشگر (درجه)	زاویه تحلیلگر (درجه)	اندازه ولتاژ (میلی ولت)
45	90	−15.9
45	75	−15.0
45	60	−13.6
45	45	−12.2
45	30	−11.9
45	15	−12.4
45	0	−13.4
45	−15	−14.7
45	−30	−16.3
45	−45	−17.3
45	−60	−17.7
45	−75	−17.3
45	−90	−16.2

(ب) تیغه نوع B

زاویه قطبشگر (درجه)	زاویه تحلیلگر (درجه)	اندازه ولتاژ (میلی ولت)
45	90	−17.2
45	75	−10.3
45	60	−4.9
45	45	−1.9
45	30	−2.2
45	15	−6.2
45	0	−12.5
45	−15	−18.9
45	−30	−23.5
45	−45	−26.0
45	−60	−25.4
45	−75	−22.5
45	−90	−17.0

(ج) تیغه نوع C

زاویه قطبشگر (درجه)	زاویه تحلیلگر (درجه)	اندازه ولتاژ (میلی ولت)
45	90	−4.4
45	75	−4.0
45	60	−3.7
45	45	−3.8
45	30	−4.0
45	15	−4.4
45	0	−4.8
45	−15	−5.1
45	−30	−5.3
45	−45	−5.3
45	−60	−5.1
45	−75	−4.8
45	−90	−4.3

(د) تیغه نوع D

زاویه قطبشگر (درجه)	زاویه تحلیلگر (درجه)	اندازه ولتاژ (میلی ولت)
45	90	−13.6
45	75	−19.0
45	60	−22.3
45	45	−23.6
45	30	−21.9
45	15	−18.4
45	0	−12.5
45	−15	−6.4
45	−30	−1.5
45	−45	−0.2
45	−60	−2.7
45	−75	−8.0
45	−90	−13.7

۳.۵ ازمایش سوم

(آ) ترکیب دو تیغه ربع موج

زاویه قطبشگر (درجه)	زاویه تحلیلگر (درجه)	اندازه ولتاژ (میلی ولت)
45	90	−10.4
45	75	−14.4
45	60	−17.2
45	45	−17.5
45	30	−16.3
45	15	−13.0
45	0	−9.0
45	−15	−4.9
45	−30	−1.8
45	−45	−1.1
45	−60	−2.8
45	−75	−6.5
45	−90	−10.6

(ب) وضعیت دو تیغه ربع موج نسبت به هم

زاویه قطبشگر (درجه)	زاویه تحلیلگر (درجه)	اندازه ولتاژ (میلی ولت)
45	90	−8.9
45	75	−4.7
45	60	−2.1
45	45	−1.4
45	30	−3.2
45	15	−6.6
45	0	−10.9
45	−15	−14.6
45	−30	−17.1
45	−45	−17.7
45	−60	−16.4
45	−75	−13.0
45	−90	−9.0

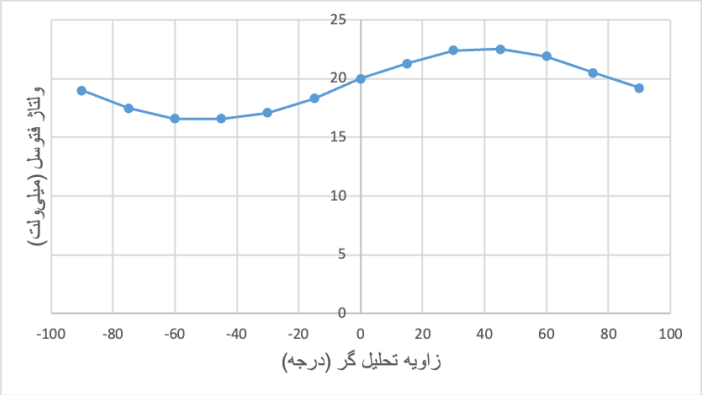
۴.۵ آزمایش چهارم

جدول ۴: داده‌های آزمایش بررسی قانون مالوس

$\theta(^o)$	$V(mV)$	$\cos(\theta)$	$\cos^2(\theta)$	$\Delta\cos^2(\theta)$	$\frac{V}{\cos^2(\theta)}(mV)$	$\Delta\frac{V}{\cos^2(\theta)}($
90	0.4	0	0	0	∞	∞
85	1.7	0.0872	0.00760	0.02	223.80	400
80	4.6	0.174	0.0302	0.03	152.55	200
75	7.9	0.259	0.0670	0.04	117.93	80
70	12.1	0.342	0.117	0.06	103.44	50
65	16.8	0.423	0.178	0.07	94.06	40
60	22.2	0.500	0.250	0.08	88.880	30
55	27.9	0.574	0.329	0.09	84.805	20
50	31.8	0.643	0.413	0.09	76.965	20
45	36.3	0.707	0.500	0.09	72.600	10
40	39.6	0.766	0.587	0.08	67.482	8
35	43.3	0.819	0.671	0.08	64.530	6
30	46.1	0.866	0.750	0.07	61.467	4
25	48.2	0.906	0.821	0.06	58.681	4
20	50.4	0.940	0.883	0.04	57.077	3
15	51.7	0.966	0.933	0.03	55.412	3
10	52.8	0.985	0.970	0.03	54.442	2
5	53.0	0.996	0.992	0.02	53.406	1
0	53.1	1	1	0.00	53.100	0.1

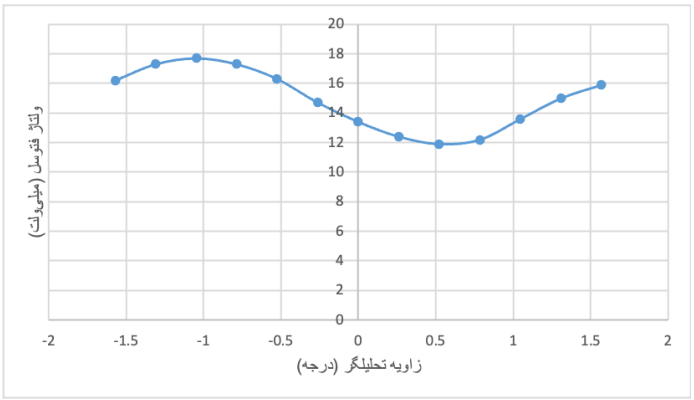
۶ نمودار داده‌ها

۱.۶ آزمایش اول

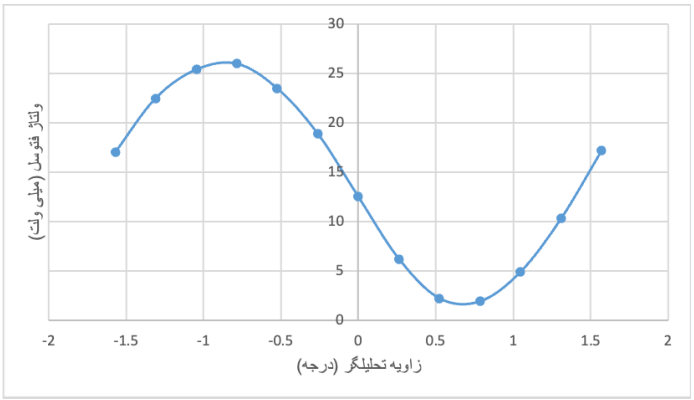


شکل ۳: ولتاژ فتوسل بر حسب زاویه تحلیلگر برای تیغه ربع موج

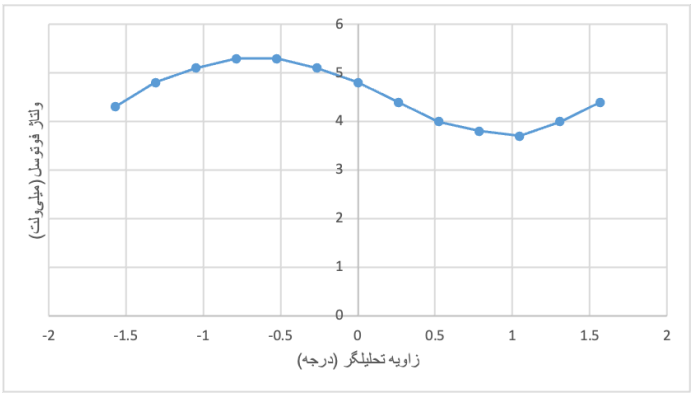
۲.۶ آزمایش دوم



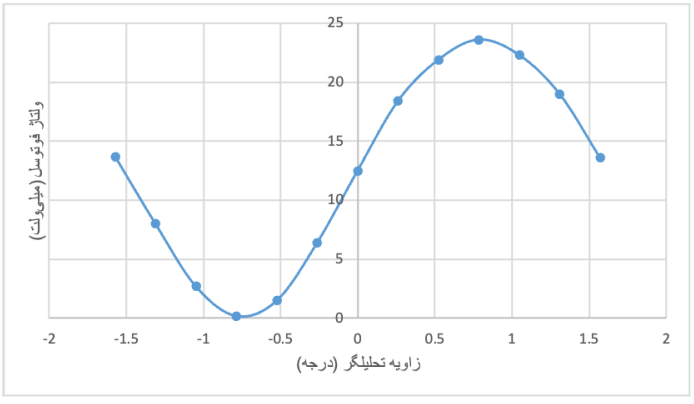
(آ) ولتاژ فتوسل بر حسب زاویه تحلیلگر برای تیغه A



(ب) ولتاژ فتوسل بر حسب زاویه تحلیلگر برای تیغه B



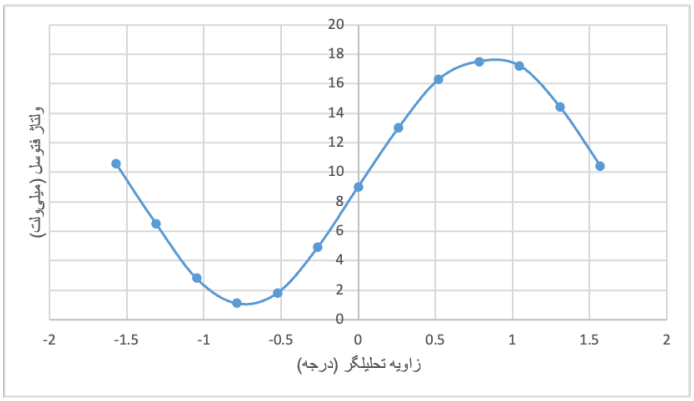
(ج) ولتاژ فتوسل بر حسب زاویه تحلیلگر برای تیغه C



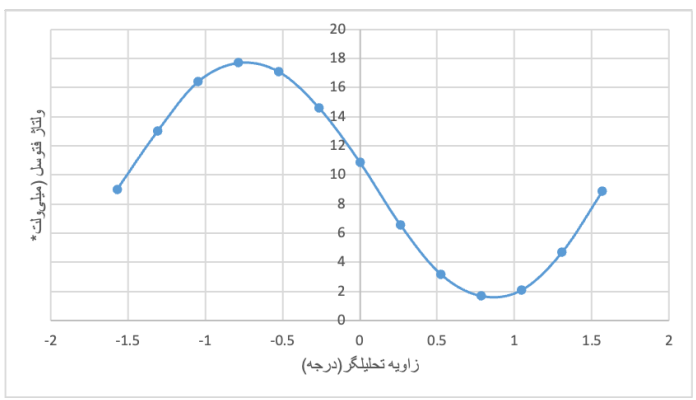
(د) ولتاژ فتوسل بر حسب زاویه تحلیلگر برای تیغه D

۳.۶ ازمایش سوم

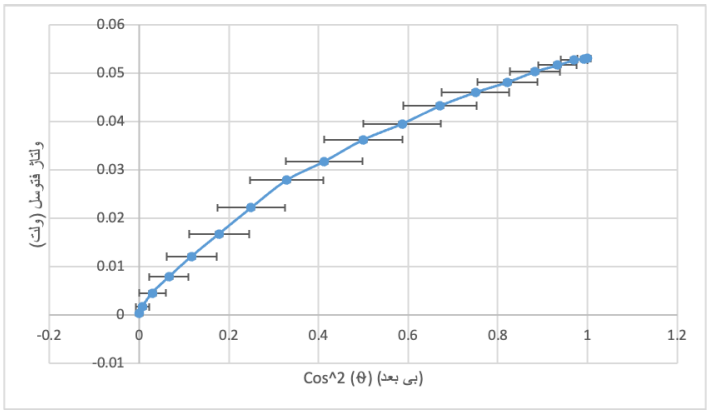
۴.۶ آزمایش چهارم



(آ) ولتاژ فتوسل بر حسب زاویه تحلیلگر برای آزمایش با دو تیغه ربع موج



(ب) ولتاژ فتوسل بر حسب زاویه تحلیلگر برای آزمایش با دو تیغه ربع موج نسبت به هم



شکل ۶: ولتاژ فتوسل بر حسب مربع کسینوس زاویه تحلیلگر

۷ خطا

خطای اندازه‌گیری زاویه ۵ درجه است و خطای ولت‌متر، یک دهم میلی‌ولت است. به این صورت در جدول آزمایش چهارم خطاهایی وجود دارد که آن را در همان جدول نوشته‌ایم اما رابطه آن از زیر بدست می‌آید:

$$\Delta \cos^2(\theta) = \sin(2\theta)\Delta\theta \qquad (۹)$$

از طرفی خطای $\Delta\left(\frac{V}{\cos^2(\theta)}\right)$ از رابطه زیر استخراج می‌شود:

$$\Delta\left(\frac{V}{\cos^2(\theta)}\right) = \sqrt{\left(\frac{V}{\cos^4(\theta)}\sin(2\theta)\Delta\theta\right)^2 + \left(\frac{\Delta V}{\cos^2(\theta)}\right)^2} \qquad (۱۰)$$

از عوامل خطا در این آزمایش می‌توان گفت:
۱) خطای موجود در تنظیم نمودن تحلیلگر و قطبشگر
۲) ایده‌ال نبودن قطبشگرها در حالت تعامد و عبور نور از آن
۳) ورود فوتون‌های نویز از محیط به درون

۸ نتیجه‌گیری

۱.۸ آزمایش اول

همانطور که مشاهده می‌شود اندازه ولتاژ به میزان کمی نوسان می‌کند و این به دلیل دایروی بودن قطبش است زیرا که میدان‌های الکترومغناطیسی در حال چرخش‌اند پس میانگین انرژی دریافتی به ازای هر زاویه، اختلاف معناداری نخواهد داشت. ضمنا همانطور که دیده می‌شود در زاویه ۴۵ بیشینه ولتاژ در و در زاویه ۴۵ــ کمینه ولتاژ را داریم و این نشان می‌دهد که قطبش موجی که به تحلیلگر می‌رسد همراستا با همان ۴۵ درجه است.

۲.۸ آزمایش دوم

اگر مقادیر بیشینه و کمینه ولتاژ را برای تمام تیغه‌ها بررسی کنیم، جدول زیر را خواهیم داشت از روی جدول بالا می‌توان گفت که تیغه‌های A و C تیغه‌های ربع

جدول ۵: زاویه بر حسب ولتاژ کمینه و بیشینه

$V_{\min}(mV)$	$V_{\max}(mV)$	Type
30	-60	A
45	-45	A
60	-45	C
-45	45	D

موج هستند زیرا شدت بیشینه و کمینه در زوایای متفاوتی نسبت به ۴۵ درجه یا ۴۵ـ درجه رخ داده است و ضمنا اندازه شدت نور در زوایای مختلف تقریبا یکسان است. بنابراین قطبیدگی دایروی دارند.

تیغه B تمام موج است چرا که در ۴۵ درجه بیشینه شدت عوبری از تحلیلگر را داریم و در ۴۵ـ درجه کمینه شدت عبور نور رخ داده است.

تیغه D نیم موج است چرا که در زاویه ۴۵ـ درجه، شدت نور عبوری از تحلیلگر بیشینه شده است. بنابراین به این معناست که قطبش قرینه شده است. همچنین در زاویه ۴۵ کمینگی رخ داده است که باز هم به معنای نیم موج بودن است.

۳.۸ ازمایش سوم

از روی نمودار اول آزمایش سوم می‌توان نتیجه گرفت که بیشینه و کمینه نمودار در زوایای ۴۵ـ و ۴۵ درجه است و بنابراین می‌توان گفت که جهت قطبش قرینه شده است و این دو تیغه در کل به صورت یک تیغه نیم موج رفتار می‌کنند. اما در نمودار دوم از آزمایش سوم همانطور که دیده می‌شود در زوایای ۴۵ و ۴۵ـ درجه بیشینگی و کمینگی رخ داده است پس می‌توان استنباط نمود که جهت قطبش ثابت مانده و این دو تیغه همانند یک تیغه تمام موج عمل کرده‌اند.

۴.۸ آزمایش چهارم

در نمودار نهایی می‌توان مشاهده نمود که یک نمودار تقریبا خطی مشاهده کرد ولی اینکه برای زوایای نزدیک بزرگتر (کسینوس کمتر) افت ایجاد شده است و یه حالت تحدب به نمودار داده است از این ناشی می‌شود که یک ارتباط غیرخطی در کاهش شدت نور وجود دارد.