پراش از تک‌شکاف و دو شکاف و بررسی اصل عدم قطعیت

پارسا رنگریز
۹۷۱۱۰۳۱۴

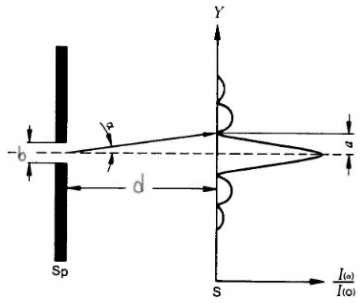
آزمایشگاه اپتیک، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف

۱۷ آذر ۱۴۰۰

۱ مدل و نظریه

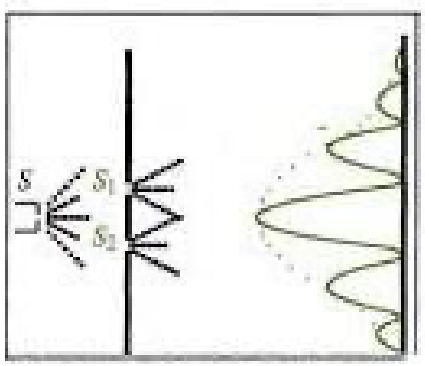
یک باریکه نور همدوس را در نظر بگیرید. این نور می‌تواند مثل یک پرتوی لیزر هلیوم–نئون باشد. این پرتو را روی پرده‌ای می‌اندازیم. مشاهده می‌کنیم که پرتو به همان شکل اصلی و فقط با اندکی گشودگی و پهن‌شدگی نسبت به اندازه اصلی بر روی پرده نمایان می‌شود.

حال یک شکاف را سر راه یک لیزر قرار می‌دهیم اگر نمودار پراش را بر حسب شدت رسم کنیم، مشاهده می‌کنیم که بیش‌تر شدت نور در مرکز و مقابل شکاف تجمع یافته و با دور شدن از مرکز بیشینه‌های تداخلی دیگر در دو طرف به صورت قرینه اما با شدت کمتر منتشر شده‌اند. نمودار پراش از یک شکاف را می‌تواند در شکل زیر ملاحظه نمایید. حال بیایید این بار آزمایش را با دو شکاف مشابه و با فاصله کم از هم تکرار کنیم. نتیجه حاصل از پراش از دو شکاف را می‌توانید

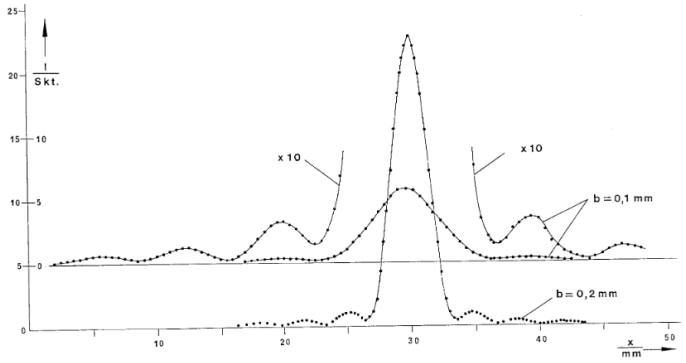


شکل ۱: طرح‌واره‌ای از چگونگی تشکیل طرح پراش از تک‌شکاف

در شکل زیر ملاحظه کنید. همانطور که در شکل واضح است، در پراش از دو شکاف تعداد فریزهای تداخلی افزوده می‌شود، اما این فریزهای افزوده‌شده در پوش نمودار تک شکاف قرار می‌گیرند و در واقع می‌توان گفت که فریزهای پراش از دو شکاف در فریزهای پراش از تک شکاف مدوله شده‌اند. اگر دسته موازی از نور با



شکل ۲: طرح‌واره‌ای از چگونگی تشکیل طرح پراش از دو شکاف



شکل ۳: مقایسه طرح پراش ایجاد شده توسط دو تک شکاف با پهنای ۱.۰ و ۲.۰ میلی‌متر

طول موج λ به تک شکافی با پهنای b بتابد، شدت نور حاصل از پراش از رابطه زیر بدست می‌آید

$$I(\phi) \sim b^2 \frac{\sin^2(\frac{\pi}{\lambda} b \sin\phi)}{(\frac{\pi}{\lambda} b \sin\phi)^2} \tag{۱}$$

نقاط کمینه شدت از رابطه‌های زیر بدست می‌آیند

$$\sin\phi_k = \frac{k\lambda}{b} \tag{۲}$$

$$\sin\phi_k = \frac{2k+1}{2}\frac{\lambda}{b} \tag{۳}$$

اگر دسته موازی از نور با طول موج λ به تیغه چندشکافی با تعداد N شکاف و پهنای b و فاصله g بتابد، شدت نور حاصل از پراش از رابطه زیر بدست می‌آیند

$$I(\phi) \sim b^2 \frac{\sin^2(\frac{\pi}{\lambda} b \sin\phi)}{(\frac{\pi}{\lambda} b \sin\phi)^2} \cdot \frac{\sin^2(N\frac{\pi}{\lambda} g \sin\phi)}{\sin^2(\frac{\pi}{\lambda} g \sin\phi)} \tag{۴}$$

در حالت دو شکاف، بیشینه و کمینه‌ها در مکان‌های زیر بدست می‌آیند:

$$\sin\phi = \frac{2h+1}{2}\frac{\lambda}{g} \tag{۵}$$

$$\sin\phi = \frac{h\lambda}{g} \tag{۶}$$

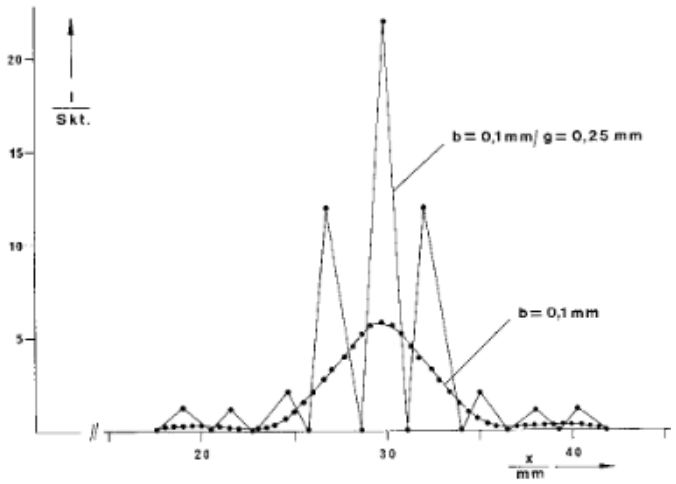
همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، در ظرح پراش دو شکاف بیشینه و کمینه‌های اضافی در طرح مرکزی ایجاد شده است. تعداد این بیشینه‌ها و کمینه‌ها به فاصله دو شکاف بستگی دارد.
در طرح پراش تک‌شکاف با پهنای b پهنای بیشینه مرزی از رابطه $\frac{2\lambda}{b}$ بدست می‌آید. بنابراین می‌توان تعداد بیشینه‌های دو شکاف N_0 را به صورت زیر بدست آورد:

$$N_0 = \frac{2g}{b}\frac{2\lambda/b}{\lambda/g} \tag{۷}$$

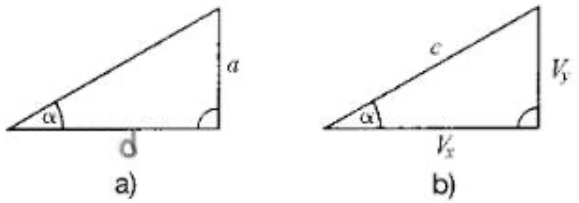
اصل عدم قطعیت توضیح می‌دهد که کمیت‌های دوگانه مانند مکان و اندازه حرکت به طور دقیق در یک زمان قابل محاسبه نیستند. برای مثال یک فوتون که احتمال حضور آن با تابع f_y و اندازه حرکت آن f_p تعریف می‌شود را فرض کنید. برای این فوتون عدم قطعیت مکان y و اندازه حرکت P توسط نامساوی زیر داده می‌شود

$$\Delta y \Delta P \geq \frac{h}{2\pi} \tag{۸}$$

برای یک فوتون که از یک تک شکاف با پهنای d عبور می‌کند $\Delta y = b$ می‌باشد. فوتون قبل از رسیدن به شکاف فقط در راستای عمودی به سمت شکاف حرکت می‌کند ولی پس از عبور از تک‌شکاف در راه رسیدن به پرده در راستای افقی نیز حرکت می‌کند.
چگالی احتمال برای مولفه سرعت v_y بوسیله توزیع شدت طرح پراش بدست می‌آید. ما از اولین کمینه برای تعریف عدم قطعیت سرعت استفاده می‌کنیم



شکل ۴: مقایسه طرح پراش از تک شکاف با پهنای ۰.۱ میلی‌متر و دو شکاف با پهنای ۰.۱ و فاصله ۰.۲۵ میلی‌متر



شکل ۵: طرح هندسی پراش از تک‌شکاف الف) عبور نور ب) مولفه‌های سرعت فوتون

$$\Delta v = c \sin \alpha \tag{۹}$$

بنابراین عدم قطعیت اندازه حرکت از رابطه زیر بدست می‌آید

$$\Delta p_y = mc \sin \alpha \tag{۱۰}$$

که m جرم فوتون و c سرعت نور است.

اندازه حرکت و طول موج یک ذره به صورت رابطه زیر به یکدیگر وابسته هستند

$$\frac{h}{\lambda} = P = mc \tag{۱۱}$$

بنابراین خواهیم داشت

$$\Delta P_y \frac{\lambda}{h} = \sin \alpha \tag{۱۲}$$

و چون α زاویه اولین کمینه است. پس خواهیم داشت

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{b} \tag{۱۳}$$

پس با ترکیب روابط بالا داریم

$$\Delta y \Delta P_y = h \tag{۱۴}$$

هر چقدر پهنای Δy شکاف کمار شود، اولین کمینه طرح پراش در زاویه α بزرگتری ایجاد خواهد شد. طبق شکل ۵ الف داریم:

$$\tan \alpha = \frac{a}{d} \tag{۱۵}$$

در نتیجه

$$\Delta P_y = \frac{h}{\lambda} \sin\left(\arctan \frac{a}{d}\right) \implies \frac{b}{\lambda} \sin\left(\arctan \frac{a}{d}\right) = 1 \tag{۱۶}$$

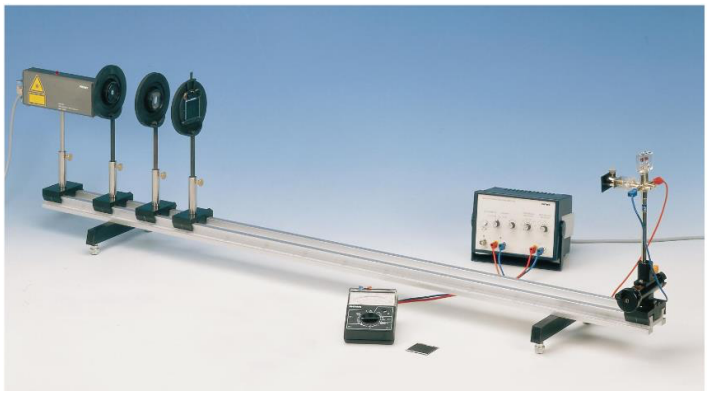
۲ وسایل آزمایش

ریل اپتیکی، فوتوسل، لیزر هلیوم_نئون، دو عدسی با فاصله کانونی ۲۰ و ۱۰۰ میلی‌متری، ولت‌سنج، پایه نگهدارنده اسلاید، اسلایدهای تک شکاف و دو شکاف با پهناهای متفاوت

۳ روش آزمایش

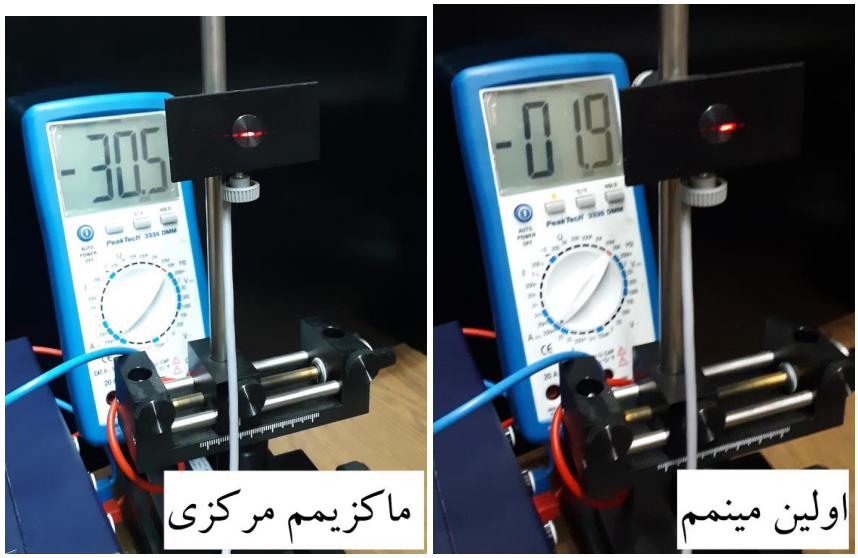
۱.۳ آزمایش اول

ابتدا مطابق شکل زیر پیکربندی را تنظیم می‌کنیم تک شکاف با پهنای ۰.۲ میلی‌متری را بر روی پایه اسلاید قرار دهید و با استفاده از پیچ ریزسنج تعبیه شده در



شکل ۶: نمای کلی از نحوه قرارگیری اجزای آزمایش

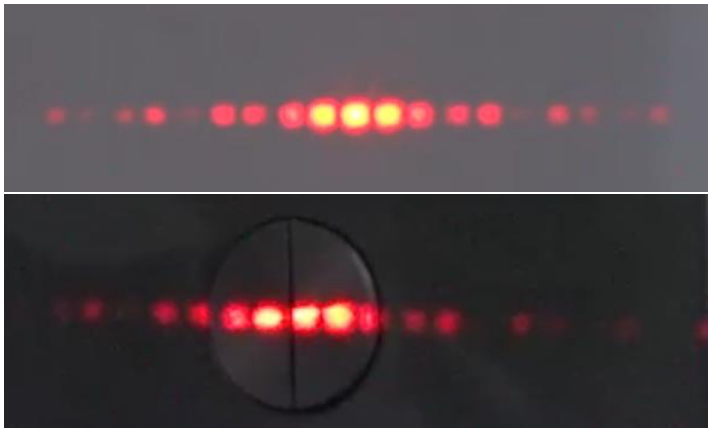
زیرپایه فوتوسل بر روی طرح پراش حرکت کرده و شدت نور در نقاط مختلف طرح پراش را با استفاده از ولت‌متر بخوانید. با استفاده از اطلاعات ثبت شده برای تک شکاف نمودار طرح پراش را به صورت شدت بر حسب فاصله رسم نمایید و مقادیر بیشینه‌های شدت را در طرح پراش بدست آمده درآزمایش را با مقادیر تئوری مقایسه کنید.



شکل ۷: محاسبه شدت نور با استفاده از فوتوسل

۲.۳ آزمایش دوم

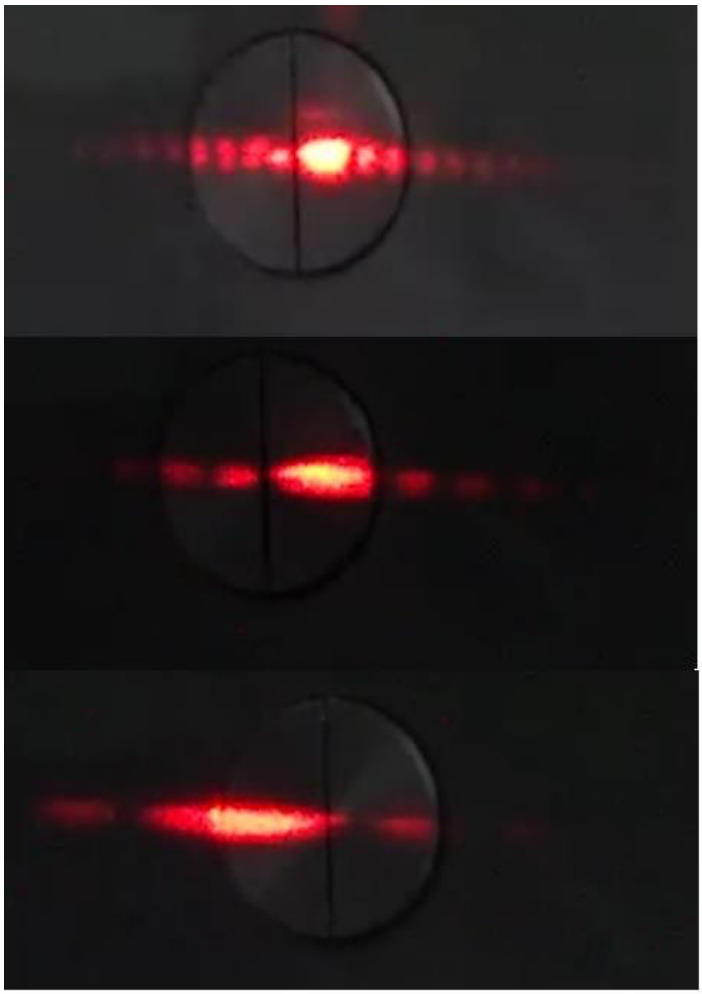
تک شکاف را برداشته و دو شکاف با پهنای ۰.۲ میلی‌متر و فاصله ۰.۲۵ را مقابل لیزر قرار می‌دهیم. مجددا با استفاده از پیچ ریزسنج پایه فوتوسل بر روی طرح پراش ایجاد شده حرکت کرده و برای هر نقطه شدت نور رسیده به فوتوسل را مطابق نکات ذکر شده در بخش قبل در جدول یادداشت کنید. با استفاده از اطلاعات ثبت شده برای دو شکاف نمودار طرح پراش را به صورت شدت بر حسب فاصله رسم نمایید. نسبت شدت پیک مرکزی در تک شکاف و دو شکاف را بدست آورید. تحقیق کنید آیا رابطه منطقی بین این نسبت و تعداد شکاف‌ها وجود دارد؟



شکل ۸: طرح‌واره دو شکاف بر روی فوتوسل

۳.۳ آزمایش سوم

اسلاید تک شکاف‌ها را در جای خود قرار دهید و برای هر کدام از تک شکاف‌ها مکان اولین مینیمم را بدست آورده و در جدول یادداشت کنید.



شکل ۹: طرح‌واره سه تک شکاف با پهناهای متفاوت بر روی فوتوسل

۴ جدول داده‌ها

$X(mm)$	$I(mA)$	$X(mm)$	$I(mA)$	$X(mm)$	$I(mA)$
0.0	0.66	6.5	0.93	13.0	1.49
0.5	0.65	7.0	0.82	13.5	1.3
1.0	0.71	7.5	1.66	14.0	1.38
1.5	0.81	8.0	4.1	14.5	1.67
2.0	0.86	8.5	7.69	15.0	1.72
2.5	0.83	9.0	11.49	15.5	1.50
3.0	0.74	9.5	15.15	16.0	1.04
3.5	0.69	10.0	17.35	16.5	1.07
4.0	0.79	10.5	16.82	17.0	1.32
4.5	0.94	11.0	13.75	17.5	1.25
5.0	1.22	11.5	9.72	18.0	1.15
5.5	1.34	12.0	5.73	18.5	1.19
6.0	1.23	12.5	2.75		

جدول ۱: داده‌های شدت جریان فوتوسل بر حسب فاصله از دومین کمینه برای تک‌شکاف

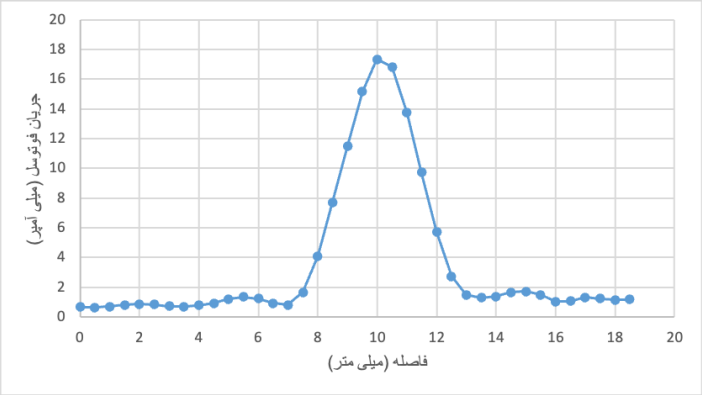
$X(mm)$	$I(mA)$	$X(mm)$	$I(mA)$
7.0	0.235	11.0	0.515
7.5	0.246	11.5	0.317
9.0	0.289	12.0	0.324
8.5	0.308	12.5	0.350
9.5	0.362	13.0	0.32
9.5	0.362	13.5	0.302
10.0	0.631	14.0	0.303
10.5	0.726	14.5	0.325

جدول ۲: داده‌های شدت جریان فوتوسل بر حسب فاصله از دومین کمینه برای دو شکاف

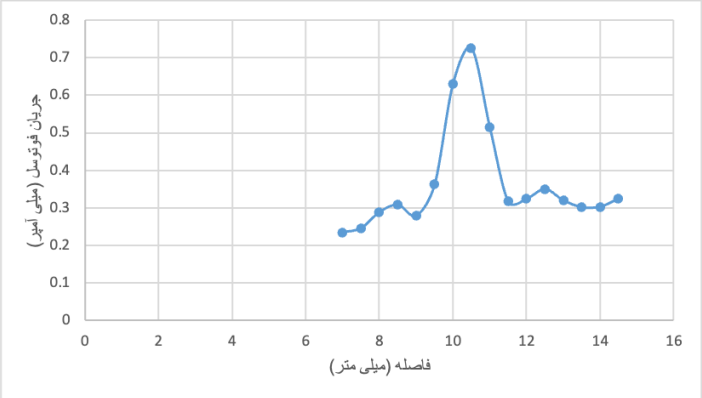
$\frac{b}{\lambda}\sin(\arctan\frac{a}{d})$	$a(mm)$	$d(mm)$	$b(mm)$
0.99907	6.67	1055	0.1
0.99752	3.33	1055	0.2
1.0005	1.67	1055	0.4

جدول ۳: داده‌های فاصله اولین کمینه از نوار مرکزی برای دو شکاف

۵ نمودار داده‌ها



شکل ۱۰: شدت نور بر حسل فاصله برای آزمایش تک شکاف



شکل ۱۱: شدت نور بر حسل فاصله برای آزمایش دو شکاف

۶ نتیجه‌گیری

۱.۶ آزمایش اول

مطابق آنچه در بالا ذکر شده است، نسبت شدت‌های اولین و دومین پیک و پیک میانی به صورت زیر است:

$$\frac{I_1}{I_0} = 0.045, \quad \frac{I_2}{I_0} = 0.016 \tag{۱۷}$$

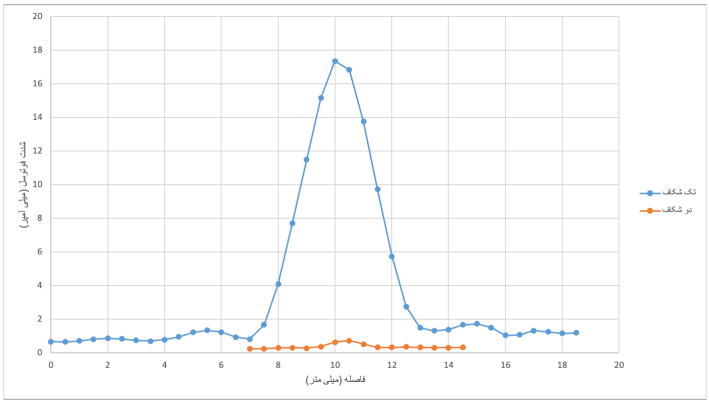
با توجه به داده‌هایی که در جداول می‌توان دید خواهیم داشت:

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{1.34}{17.35} \approx 0.077 \quad \frac{I_2}{I_0} = \frac{0.86}{17.35} \approx 0.049 \tag{۱۸}$$

خطای رخ داده و عدم تطابق به این دلیل است که فرض خطی بودن شدت با جریان فرض معقولی نیست و باید اثرات غیرخطی بودن را نیز در نظر گرفت.

۲.۶ آزمایش دوم

اگر نمودارهای بخش قبل را دوباره در کنار هم ترسیم کنیم، خواهیم داشت همانطور که عیان است بیشینه شدت برای آزمایش تک شکاف حدود ۱۷ برابر است و



شکل ۱۲: شدت نور بر حسل فاصله برای آزمایش تک شکاف و دو شکاف

با بهنجار نمودن داده‌ها آن را کنار یکدیگر قرار دادیم. بنابراین نسبت شدت پیک مرکزی بدین شرح است

$$\frac{I_{(2)}}{I_{(1)}} = \frac{0.726}{17.35} \approx 0.0418 \tag{۱۹}$$

همچنین از روابط درون درسنامه داریم که این نسبت باید برابر با b^2 باشد، که یعنی با عدد تئوری 0.04 بسیار نزدیک است.

۳.۶ آزمایش سوم

با توجه به جدل ۳، مشخص است که عدد ستون آخر به یک نزدیک است که با آنچه در نظریه و مدل بحث شده بود بسیار نزدیک است. بدین گونه است که می‌توان اصل عدم قطعیت را تصدیق کرد.