ثابت ریدبرگ

پارسا رنگریز

آزمایشگاه فیزیک ۴، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف

۱ مقدمه

در آغازین سال‌های پایه‌گذاری کوانتوم قدیم، بور توانست با اصل‌های خود طیف نشری خطی اتم هیدروژن را با استفاده از مفهوم گذار تراز انرژی الکترون‌های آن اتم توجیه کند. بدین ترتیب الکترون هنگامی که در یک تراز انرژی قرار دارد و دور هسته می‌چرخد تابشی انجام نمی‌دهد و ناگهان که تراز انرژیش تغییر می‌کند، شرایط لازم برای چنین گذاری را با استفاده از تابش الکترومغناطیسی میسر می‌سازد. برای درک بهتر مساله، بهتر است کمی از معادلات بهره گیریم:
معادله نیروی یک الکترون وقتی با سرعت مشخصی حول یک هسته با بار مثبت مشخص Ze حرکت می‌کند بدین صورت است و در شکل ۱ مشخص است.

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \tag{۱}$$

در یکی از اصول بور آمده است که تکانه زاویه‌ای الکترون گسسته است و از رابطه زیر تبعیت می‌کند.

$$L = mvr = n\hbar \tag{۲}$$

که n شماره تراز انرژی است.
با جایگذاری معادله انرژی در دو معادله قبلی می‌توان انرژی هر تراز را این‌گونه نوشت

$$E = \frac{-Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r} = \frac{-me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} \tag{۳}$$

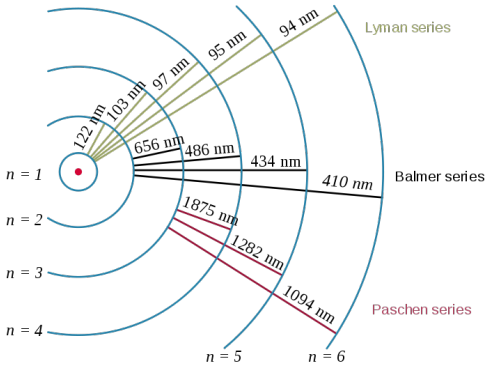
با استفاده از رابطه تابش الکترومغناطیس حین تغییر تراز $\Delta E = \frac{\hbar c}{\lambda}$ می‌توان به رابطه زیر رسید

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{64\pi^3\epsilon_0^2\hbar^3 c}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = R_\infty\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \tag{۴}$$

که R_∞ را ثابت ریدبرگ نام‌گذاری می‌کنیم. (در حقیقت قبل از توسعه مدل بور، رابطه نهایی به صورت تجربی بدست آمده بود).
برای یافتن طول موج این امواج گسیلی از یک گاز برانگیخته نیاز است که آنها را از توری پراش عبور دهیم تا نور دریافتی تجزیه شده حاصل آید. شکل ۴ یک نمایش شماتیکی از آنچه در توری پراش رخ می‌دهد، مشخص شده است. رابطه زیر مشخص می‌کند که در صورتی که پراش مرتبه n را مشاهده می‌کنیم رابطه بین طول موج و زوایای ورودی و خروجی به چه صورت باید باشد تا موجی سازنده بوجود آید. (d فاصله بین دو شکاف است)

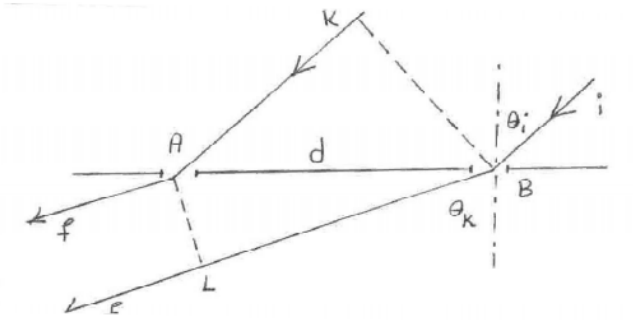
$$d(\sin\theta_k - \sin\theta_i) = n\lambda \tag{۵}$$

شکل ۱: شکل شماتیک اتم بور



[h]

شکل ۲: شکل شماتیک توری پراش



۲ وسائل آزمایش

۱. طیف‌سنج نوری
۲. توری پراش (۶۰۰ شکاف در میلی‌متر)
۳. لامپ سدیم و هیدروژن
۴. منبع تغذیه

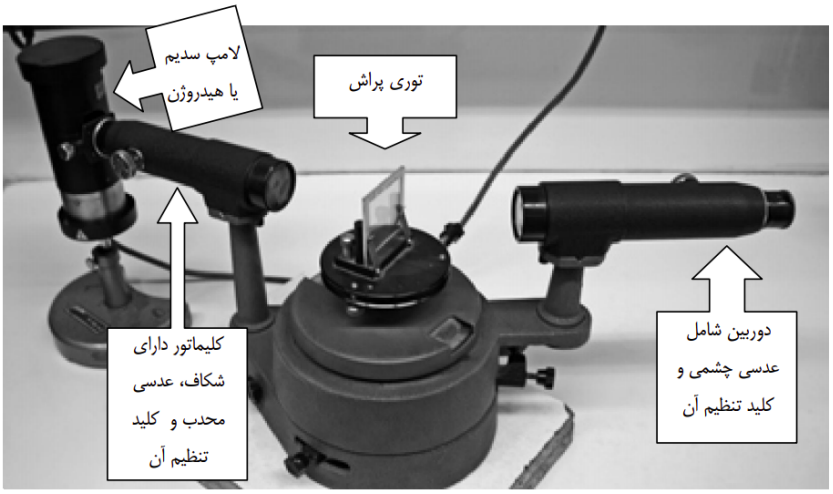
۳ شرح آزمایش

با اتصال لامپ سدیم یا هیدروژن به منبع تغذیه صبر می‌کنیم تا به یک حالت پایدار رسیده و از خود نور زرد (سدیم) و صورتی (هیدروژن) ساطع کند. سپس با قرار دادن طیف‌سنج مطابق شکل ۳ اجازه می‌دهیم تا پرتوهای گسیلی از توری پراش عبور کرده و به دوربین برسد.

۱.۳ آزمایش یک

در وهله اول سعی می‌کنیم توری پراش طوری قرار دهیم که بر پرتوهای ورودی الکترون‌های برانگیخته سدیم عمود باشد؛ چرا که اینکار به ما اجازه می‌دهد تا به راحتی با خواندن زاویه خروجی طیف یک سمت، محاسبات را ادامه دهیم و نیازی به محاسبه

شکل ۳: برخی وسائل آزمایش



زاویه دو طرف طیف نباشد (که اینکار باعث افزایش میزان خطا نیز می‌شود) و از طرفی از محاسبه زاویه پرتو ورودی به توری نیز بی‌نیاز می‌گردیم. بعبارتی آزمایش می‌شود خواندن θ_k و وارد کردن آن در رابطه زیر:

$$d \sin \theta_k = n\lambda \qquad (۶)$$

برای این کار نیاز است که در ابتدا زاویه صفر دستگاه را در حالتی قرار دهیم که آن پرتوهای منحرف‌نشده در آن بخش + درون دوربین جای گیرد. و سپس با خواندن اختلاف زاویه اولین مرتبه پراش نور هر نور دلخواه در دو طرف (چپ و راست) و چرخاندن تورش پراش به نصف همان‌مقدار عملیات تعامد را دقیق انجام دهیم. می‌توانید عکس زیر تصویری شماتیک از کارکرد طیف‌سنج نمایش می‌دهد. پس به خلاصه می‌توان گفت که باید $\theta_k^{(1)}$ و $\theta_k^{(2)}$ برای چند طیف مختلف ثبت شود و به مقدار میانگین $\Delta\theta = \frac{1}{2} < \theta_k^{(2)} - \theta_k^{(1)} >$ توری را برای عمود شدن بچرخانیم.

۲.۳ آزمایش دو

در این آزمایش باید زاویه پراش اول چند تا از طیف‌های اتم سدیم را بدست آوردیم و با استفاده از رابطه $d \sin \theta_k = n\lambda$ باید d را بدست آوریم.

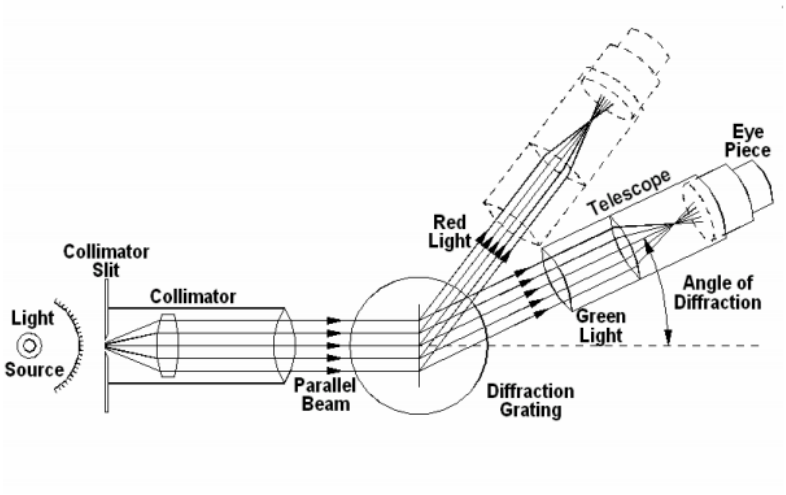
۳.۳ آزمایش سه

با تغییر لامپ به هیدروژن دوباره همین فرآیند آزمایش قبلی را انجام می‌دهیم ولی این بار می‌خواهیم طول موج طیف‌های گسسته هیدروژن را بدست آوریم.

۴ هدف آزمایش

هدف از این آزمایش مطالعه اتم هیدروژن و بدست آوردن ثابت ریدبرگ است.

شکل ۴: شکل شماتیک طیف‌سنج



۵ جدول داده‌ها

جدول ۱: میزان چرخش مورد نیاز برای عمود ساختن توری

n	$\theta_k^{(1)}(^o)$	$\theta_k^{(2)}(^o)$	$\Delta\theta(^o)$	$\frac{\Delta\theta}{2}(^o)$
1	20.92	20.83	0.09	0.045
1	20.08	20.17	0.09	0.045
1	18.17	17.08	0.09	0.045
1	21.92	21.83	0.09	0.045

جدول ۲: فاصله بین شکاف‌های توری در اولین مرتبه پراش

Color	$\lambda(A^o)$	$\theta(^o)$	$\sin\theta$	$d(\mu m)$	Δd
Yellow	5890.0	20.92	0.36	1.64	0.04
Green	5682.7	20.17	0.34	1.67	0.05
Red	6154.4	21.92	0.37	1.66	0.04

اکنون با توجه به جدول ۲، برای فاصله بین شکاف‌های توری پراش و نیز تعداد خطوط در یک میلی‌متر داریم:

$$d = 1.66 \pm 0.08 \mu m \rightarrow N = 600 \pm 30 \quad (۷)$$

که با مقدار واقعی آن، یعنی 600، یکسان است. با استفاده از این جدول ۳ تکمیل می‌شود.
با استفاده از d بدست آمده، می‌توان ثابت ریدبرگ را محاسبه کرد. با استفاده از مقادیر جدول ۳، چنانچه مقادیر طول موج را داشته باشیم، آنگاه با توجه به مطلب زیر، می‌توان دو ستون انتهایی ثابت ریدبرگ و خطایش را نیز اضافه کرد.

$$n_f \rightarrow n_i : \frac{1}{\lambda} = R_\infty \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) \quad (۸)$$

$$3 \rightarrow 2 : Red, 4 \rightarrow 2 : Green, 5 \rightarrow 2 : Blue, 6 \rightarrow 2 : Purple \quad (۹)$$

جدول ۳: زاویه انحراف و طول موج چند طیف مختلف هیدروژن در اولین مرتبه پراش

Color	$\theta(^o)$	$\sin\theta$	$\lambda(A^o)$	$\Delta\lambda(A^o)$	$R_\infty(m^{-1})$	$\Delta R_\infty(m^{-1})$
Red	23.50	0.40	6.6×10^3	0.4×10^3	1.09×10^7	0.07×10^7
Blue	17.70	0.30	5.0×10^3	0.3×10^3	0.95×10^7	0.06×10^7
Purple	15.17	0.26	4.3×10^3	0.3×10^3	1.05×10^7	0.07×10^7
Green	19.30	0.33	5.5×10^3	0.3×10^3	0.96×10^7	0.05×10^7

۶ خطا

از عوامل خطای آزمایش می‌توان به این‌ها اشاره کرد:
۱) خطای سیستم اندازه‌گیری زاویه
۲) پهنای طیف و دقیق نبودن زاویه مدرج شده
۳) ایجاد اختلال در طیف به دلیل نورهای اضافی محیط

خطای متغیرها چنین بدست می‌آید. برای جدول ۲ داریم:

$$\Delta d = \sqrt{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}d\right)^2 + \left(\frac{\Delta\theta}{\tan\theta}d\right)^2} \qquad (۱۰)$$

برای جدول ۳ نیز داریم:

$$\Delta\lambda = \sqrt{\left(\frac{\Delta d}{d}\lambda\right)^2 + (\lambda\cot\theta\Delta\theta)^2} \qquad (۱۱)$$

$$\Delta R_\infty = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}R_\infty \qquad (۱۲)$$

۷ نتیجه‌گیری

۱) طیف زرد لامپ سدیم در مرتبه دوم به دو خط تفکیک می‌شود. مقدار اولی برابر با $\theta_1 = 44.92$ و دومی برابر با $\theta_2 = 45.00$. بنابراین اختلاف زاویه این دو 0.08 درجه است.

$$\Delta\lambda = \frac{d}{2}(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) = 8.2 \pm 0.2A^o \qquad (۱۳)$$

۲) با استفاده از ثابت ریدبرگ بدست آمده در جدول ۳، می‌توان میانگین‌گیری کرد:

$$R_\infty = (1.01 \pm 0.02) \times 10^7 m^{-1} \qquad (۱۴)$$

مقدار دقیق‌تر این ثابت 1.0973×10^7 است، پس تقریبا دقیق بدست آورده‌ایم.
۳) با داشتن انرژی تراز دوم، $E_2 = -3.4eV$، برای اتم هیدروژن، انرژی ترازهای دیگر نیز می‌توان بدست آورد:

$$E_i(eV) = \frac{hc}{e\lambda_{i\to 2}} + E_2 \qquad (۱۵)$$

بنابراین به ترتیب خواهیم داشت:

$$E_3 = -1.5 \pm 0.1eV \quad (۱۶)$$

$$E_4 = -1.14 \pm 0.06eV \quad (۱۷)$$

$$E_5 = -0.91 \pm 0.05eV \quad (۱۸)$$

$$E_6 = -0.51 \pm 0.04eV \quad (۱۹)$$

۴) سری بدست آمده در گذارهای $n = 3$، پاشن نام دارد که در شکل ۱ قابل دیدن است و نور آن در محدوده فروسرخ قرار دارند و رویت‌پذیر نیستند؛ با استفاده از ثابت ریدبرگ بدست آمده می‌توان طول موج‌های آن را حساب کرد.

$$\lambda_{4\to3} = (2.04 \pm 0.04) \times 10^{-6}m \quad (۲۰)$$

$$\lambda_{5\to3} = (1.39 \pm 0.03) \times 10^{-6}m \quad (۲۱)$$

$$\lambda_{6\to3} = (1.19 \pm 0.02) \times 10^{-6}m \quad (۲۲)$$

۵) با توجه به شکل ۲، رابطه ۵ به طور واضح مشخص است. اختلاف راه میان این دو پرتو باید برابر با $n\lambda$ شود تا تداخل صورت گیرد.
۶) اگر توری پراش ۶۰۰ شکاف در یک میلی‌متر داشته باشد، برای مراتب یک و دو، طول موج‌های سدیم یعنی ۶۱۸۵/۴، ۵۸۰۰ و ۵۶۲۸/۲ را می‌توان از زاویای زیر بدست آورد. (از رابطه ۶ بهره می‌بریم)

$$n = 1 : 6185.4A^o \to 21.88^o, 5800A^o \to 20.45^o, 5628.2A^o \to 19.82^o \quad (۲۳)$$

$$n = 2 : 6185.4A^o \to 48.18^o, 5800A^o \to 44.33^o, 5628.2A^o \to 42.70^o \quad (۲۴)$$

۷) برای مواد مختلف که عدد اتمی متفاوتی دارند، ثابت موثر ریدبرگ به صورت $R_{eff} = Z^2R_\infty$ خواهد بود و بنابراین با محاسبه نسبت $\frac{R_{eff}}{R_\infty}$، عدد اتمی ماده بدست می‌آید و تطبیق آن با جدول تناوبی عناصر، جنس ماده مورد نظر یافت می‌شود.
۸) ثابت ریدبرگ در حقیقت چیزی نیست جز یک سری ضرایب ثابت که در اوایل گزارش کار، در بخش مقدمه حساب شده است. (روابط ۱ الی ۴) و مدل اتمی بور توانایی توجیه این ثابت را دارد.