اثر هال

پارسا رنگریز

آزمایشگاه فیزیک ۴، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف

۱ مقدمه

زمانی که یک فلز یا نیمه‌رسانا که جریان I از آن می‌گذرد در یک میدان مغناطیسی B قرار بگیرید، میدان الکتریکی E_H در جهت عمود بر جریان و میدان مغناطیسی در نمونه بوجود می‌آید. از این پدیده تحت عنوان اثر هال نام برده می‌شود. از این اثر برای مشخص کردن نوع آلایندگی (n یا p) یک نیمه‌رسانا و همچنین برای بدست آوردن σ ضریب هدایت الکتریکی و μ قابلیت تحرک الکتریکی بارهای یک نیمه‌رسانا یا رسانا، و همچنین در اندازه‌گیری میدان مغناطیسی B استفاده می‌گردد.
مطابق شکل ۱ هر گاه جهت جریان I در جهت $+x$ و جهت B در جهت $+z$ باشد، در این صورت نیروی وارد بر حامل‌های جریان در جهت $+y$ (اگر حامل‌های جریان حفره باشند)، یا در جهت $-y$ (اگر حامل‌های جریان الکترون باشند) خواهد بود. بنابراین چنانچه نمونه مورد بررسی ما یک نیمه‌هادی و صفحه $x = 0$ قطب منفی و صفحه $x = l$ قطب مثبت باشد، اگر صفحه ۱ نسبت به صفحه ۲ دارای پلاریته مثبت شود نیمه‌رسانا از نوع P و در غیر این صورت نیمه‌رسانا از نوع n خواهد بود. V_H اختلاف پتانسیل بوجود آمده در اثر جمع شدن بارها بر روی صفحات ۱ و ۲ است.

$$eE_H = ev \times B = ev_x B_z \tag{۱}$$

که e مقدار بار حامل و v_x سرعت آن است. می‌توان با توجه به رابطه بالا و یک سری روابط دیگر ضریب هال یک نمونه رسانا یا نیمه‌رسانا را به صورت زیر نوشت:

$$R_H = \frac{V_H w}{BI} \tag{۲}$$

که V_H ولتاژ هال و w عرض نمونه در جهت میدان مغناطیسی است. کمیت قابلیت تحرک بارهای الکتریکی μ نیز چنین تعریف می‌گردد:

$$\mu = \frac{v_x}{E_x} \tag{۳}$$

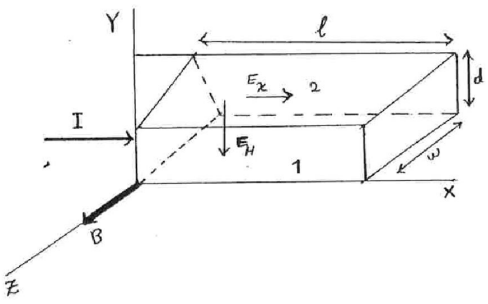
در حالت ساده‌ای که هدایت توسط بارهای هم‌نام صورت گرفته باشد، داریم:

$$\mu = \sigma R_H = \frac{V_H l}{V_x B d} \tag{۴}$$

که l و d مربوط به ابعاد نمونه هستند. (شکل ۱)

۲ وسایل آزمایش

۱) نیمه‌رسانا از جنس InSb که مشخصات آن چنین است:
حداکثر میدان مغناطیسی مجاز $1T$
حداکثر جریان مجاز $I = 200mA$

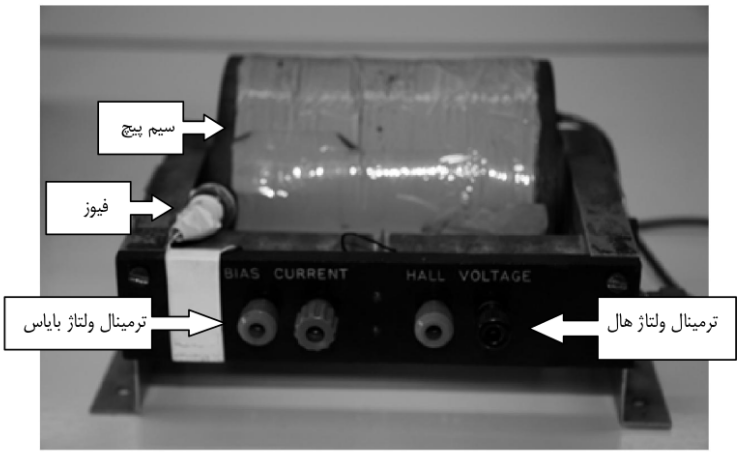


شکل ۱: نمونه رسانا (نیمه‌رسانا) برای بررسی اثر هال

مقاومت ورودی 1.3Ω
با ابعاد $L = 13mm, W = 0.5mm, d = 6mm$
۲) میکروولت‌متر (شکل ۲)
تنظیم صفر این دستگاه بسیار مهم است. برای کار میکروولت‌متر را روشن می‌کنیم و فیش ورودی آن را جدا کرده و آن را در حالت reset قرار می‌دهیم و ۱۰ دقیقه صبر می‌کنیم تا دستگاه گرم شود. آنگاه آن را در حالت V قرار داده و با چند بار فشار دکمه آفست، دستگاه را صفر می‌نماییم. در آخر فیش‌های ورودی را وصل می‌کنیم.
۳) مگنت (شکل ۳) ــ حداکثر جریان مجاز آن ۵.۲ آمپر است.
۴) منبع جریان مگنت (۰ ــ ۲ آمپر)
۵) دو عدد آمپرسنج
۶) رئوستا ۴۴ اهمی
۷) جعبه مقاومت
۸) منبع جریان ۰ ــ ۲۰۰ میلی‌آمپر
۹) دو منبع تغذیه (شکل ۴)

شکل ۲: میکروولت‌متر

بعد از تنظیم اولیه منبع جریان، جریان نمونه را فقط با رئوستا تنظیم می‌کنیم. برای انجام این کار ابتدا رئوستا را در وسط قرار داده و جریان را به ۱۵۰ میلی‌آمپر می‌رسانیم و سپس با حرکت رئوستا، جریان را تا ۲۰۰ میلی‌آمپر بالا می‌بریم. در صورتی که تا این حد نرسید، ولتاژ منبع را افزایش می‌دهیم تا جریان نهایی از ۲۰۰ میلی‌آمپر نگذرد. از آن به بعد برای تنظیم جریان فقط از رئوستا بهره می‌بریم.



شکل ۳: مگنت

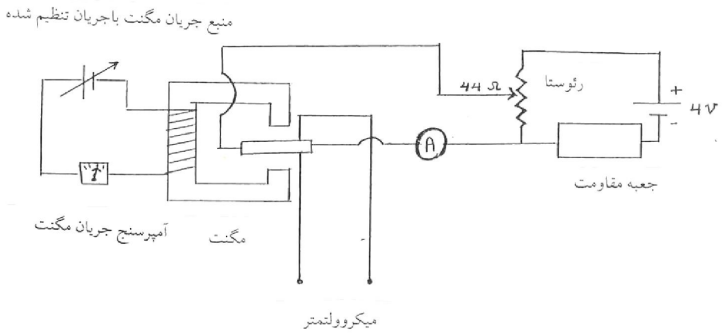
شکل ۴: منبع تغذیه

۳ شرح آزمایش

ابتدا مدار آزمایش را مطابق شکل ۵ می‌بندیم.

۱.۳ آزمایش اول

در حالتی که جریان مگنت، I_m صفر است، به ازای جریان‌های I از صفر تا ۲۰۰ میلی‌آمپر، ولتاژ هال، V_H را توسط میکروولت‌متر اندازه می‌گیریم و جدول ۱ را پر می‌کنیم.
V_x ولتاژ بایاس، ولتاژدو سر نمونه، است که بوسیله ولت‌متر اندازه‌گیری می‌شود.
اثر پسماند مگنت، در نتیجه آزمایش اثر می‌گذارد. در صورت نیاز به صفر کردن میدان (با تکرار سریع فیش‌های ورودی مگنت در جریان‌های کم) پسماند را صفر می‌کنیم و این کار را قبل هر آزمایش انجام می‌دهیم.



شکل ۵: مدار آزمایش اثر هال

۲.۳ آزمایش دوم

ضمن صفر کردن اثر پسماند، این آزمایش را در شرایطی شروع می‌کنیم که مگنت در وضعیت عمود بر میدان زمین باشد. I_m جریان مگنت را بوسیله منبع جریان بر روی ۱ آمپر تنظیم می‌نماییم. سپس با تغییر جریان I از صفر تا ۲۰۰ میلی‌آمپر، V_H و V_x (ولتاژ طولی نمونه) را به ازای هر تغییر اندازه می‌گیریم و در جدول ۲ ثبت می‌کنیم. ضمنا می‌دانیم

$$B(I_m = 1A) = 0.19T \quad (۵)$$

۳.۳ آزمایش سوم

جریان مگنت را $I_m = 2A$ قرار می‌دهیم و آزمایش دوم را تکرار می‌کنیم و در جدول ۳ ثبت می‌نماییم. ضمنا می‌دانیم

$$B(I_m = 2A) = 0.27T \quad (۶)$$

۴.۳ آزمایش چهارم

با مقادیر ثابت $I = 200mA$ و $I_m = 2A$، جهت I و B را تغییر داده و علامت ولتاژ هال را در جدول ۴ وارد می‌کنیم.

۵.۳ آزمایش پنجم

جریان $I = 200mA$ را تنظیم می‌کنیم. سپس با تغییر جریان I_m از صفر تا $2A$ ولتاژ هال را اندازه گرفته و جدول ۵ را پر می‌کنیم.
در نهایت هم در زمان خاموش بودن دستگاه‌ها و منبع تغذیه، مقاومت نمونه را با اهم‌متر اندازه‌گیری می‌کنیم.

۴ هدف آزمایش

هدف آزمایش مشخص کردن نوع آلایندگی (n یا p) یک نیمه‌رسانا و همچنین برای بدست آوردن σ ضریب هدایت الکتریکی و μ قابلیت تحرک الکتریکی بارهای یک نیمه‌رسانا یا رسانا، محاسبه R_H ضریب هال کریستال نیمه‌رسانا و همچنین اندازه‌گیری میدان مغناطیسی B و مطالعه خاصیت حاصل‌ضربی اثر هال است.

۵ جدول داده‌ها

جدول ۱: تغییرات V_H و V_x به ازای $I_m = 0$ و I های مختلف

$I(mA)$	$V_H(mV)$	$V_x(mV)$
0.94	0	6.5
20.7	0.07	145
40.4	0.15	281
60.6	0.22	420
80.5	0.34	557
100.4	0.42	695
120.5	0.46	833
140.0	0.53	966
160.3	0.62	1104
180.2	0.71	1240
199.7	0.76	1371

چناچه مگنت در یک جهت دلخواه دیگر مخالف با جدول ۱ باشد و جریان $100mA$ باشد، آنگاه $V_H = 0.26mV$ و $V_x = 675mV$ بنابراین میدان مغناطیسی زمین بر جواب تاثیر می‌گذارد.

جدول ۲: تغییرات V_H و V_x به ازای $I_m = 1A$ و I های مختلف

$I(mA)$	$V_H(mV)$	$V_x(mV)$
0.09	0	0.5
20.09	0.31	137.1
39.7	0.61	271.2
60.5	0.93	412
79.7	1.7	542
99.7	2.06	676
120.5	2.54	817
140.3	2.95	949
160.6	3.83	1085
179.5	4.93	1210
200.8	5.78	1352

جدول ۳: تغییرات V_H و V_x به ازای $I_m = 2A$ و I های مختلف

$I(mA)$	$V_H(mV)$	$V_x(mV)$
0.09	0	0.5
20.16	2.88	137.1
40.5	5.8	271.2
60.8	8.71	412
80.6	11.55	542
100.6	14.41	676
120.5	17.26	817
140.3	20.13	979
160.6	23.35	1121
179.5	26.97	1253
200.8	30.10	1402

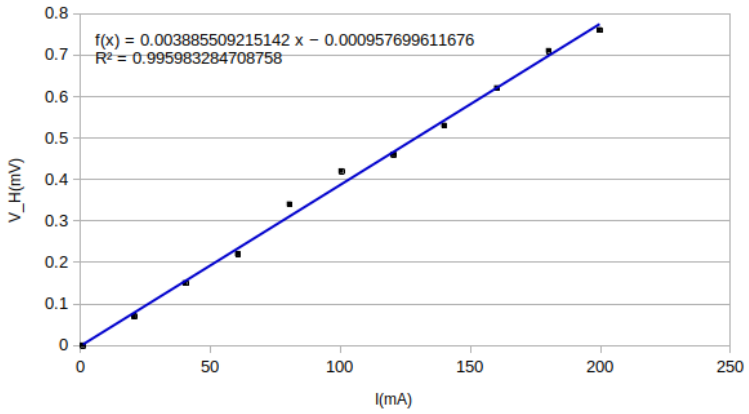
جدول ۴: $I_m = 2A$ و $I = 200mA$. علامت V_H با تغییر جهت I و B

$V_H(mV)$	I	B
28.3	$+$	$+$
-28	$+$	$-$
28.6	$-$	$+$
-28.1	$-$	$+$

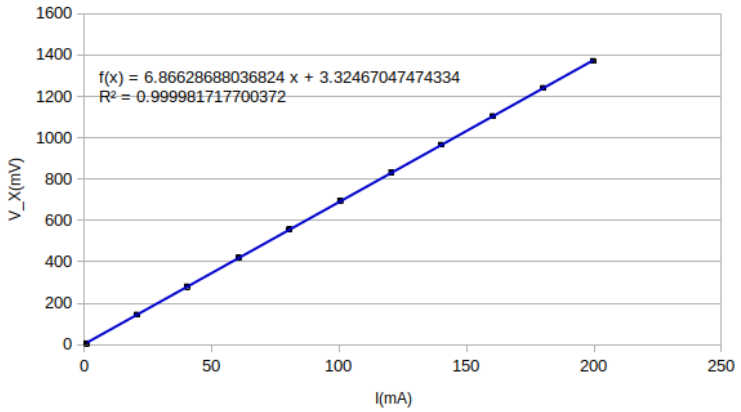
جدول ۵: تغییرات ولتاژ هال بر حسب تغییرات I_m و $I = 200mA$

$I_m(A)$	$V_H(mV)$
0.0	3.50
0.2	5.90
0.4	7.70
0.6	10.30
0.8	12.80
1.0	15.60
1.2	17.90
1.4	20.70
1.6	23.40
1.8	25.70
2.0	28.00

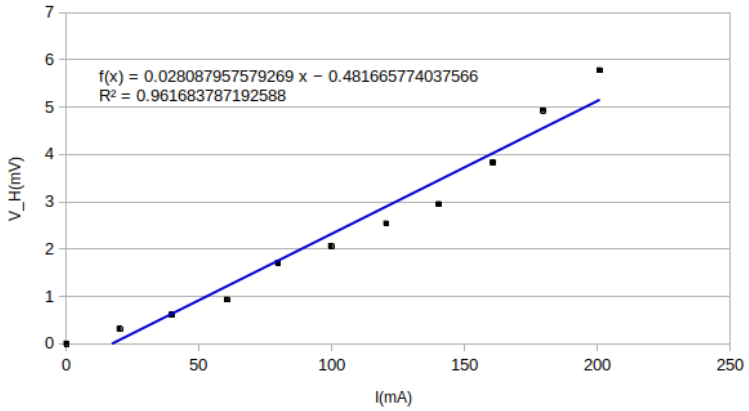
۶ نمودار داده‌ها



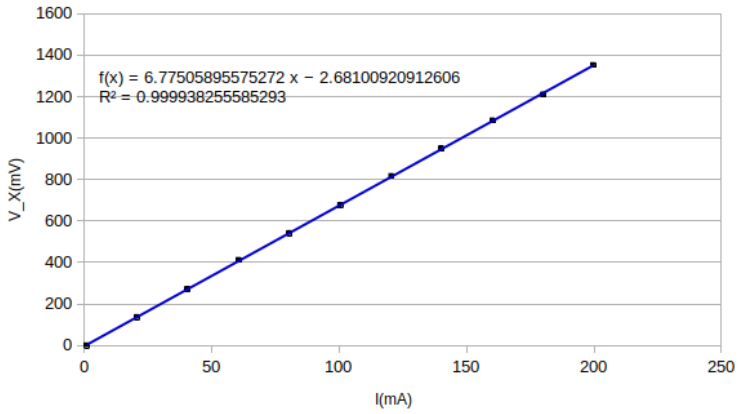
شکل ۶: نمودار آزمایش اول



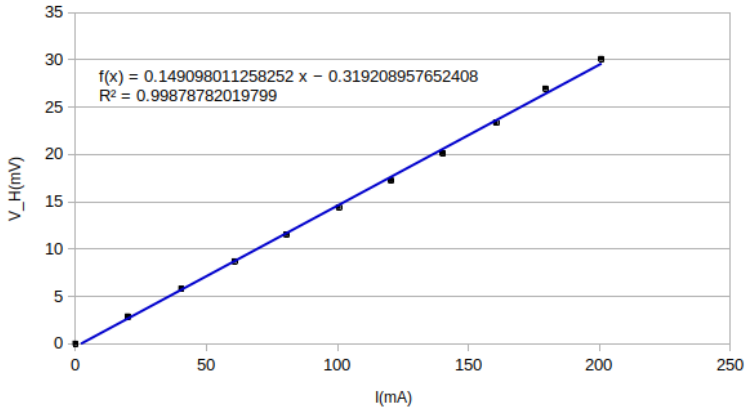
شکل ۷: نمودار آزمایش اول



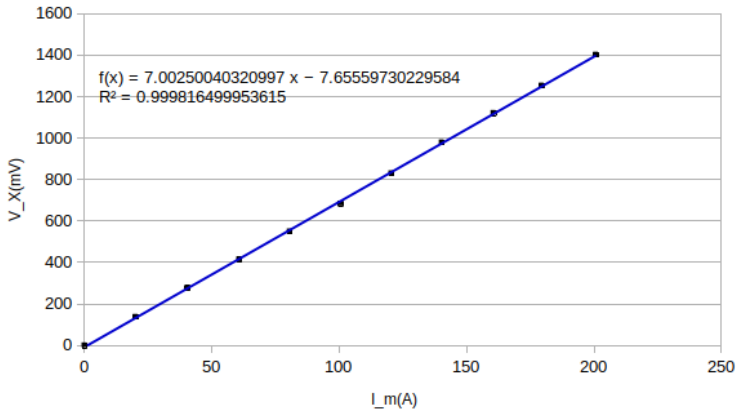
شکل ۸: نمودار آزمایش دوم



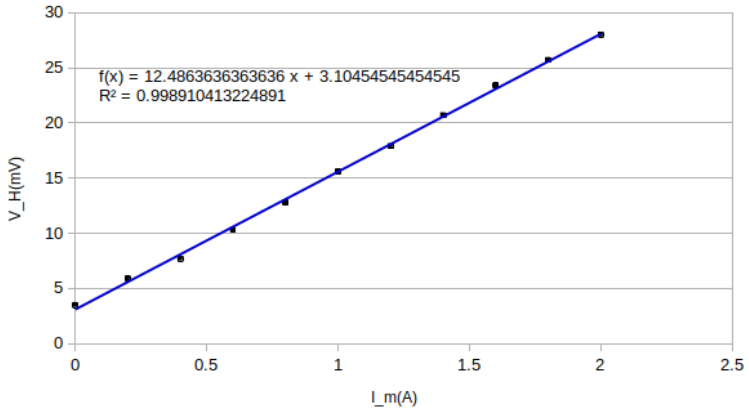
شکل ۹: نمودار آزمایش دوم



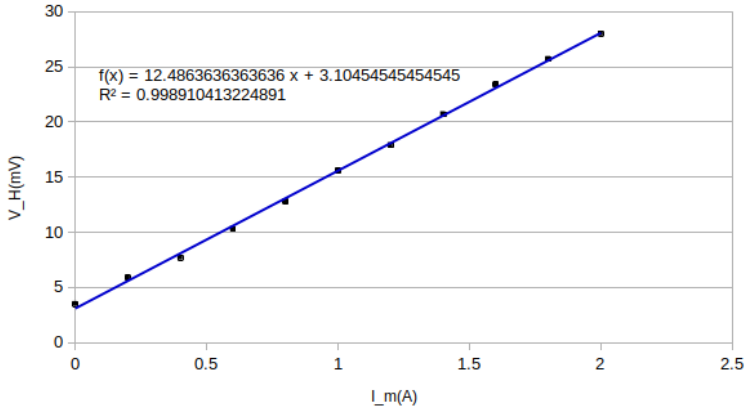
شکل ۱۰: نمودار آزمایش سوم



شکل ۱۱: نمودار آزمایش سوم



شکل ۱۲: نمودار آزمایش اول



شکل ۱۳: نمودار آزمایش دوم

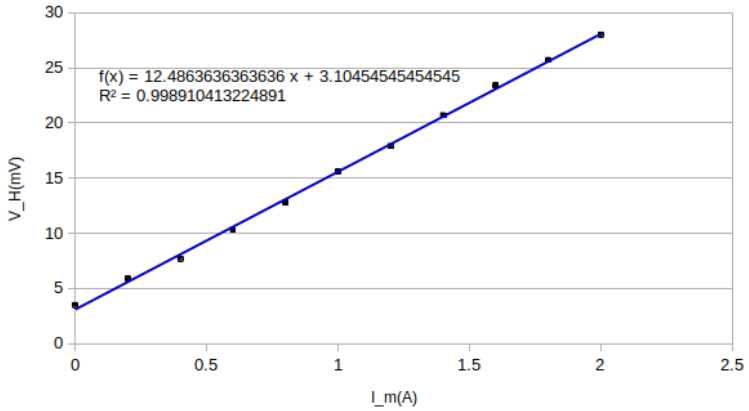
۷ خطا

خطاهای این آزمایش بدین شرح است:
۱) اثر پسماند که نمی‌توان هرگز آن را مطلق از بین برد
۲) خطای جهت میدان مغناطیسی زمین
۳) خطای سیستماتیک دستگاه‌ها
خطای شیب نمودار خطی فیت شده نیز این‌گونه بدست می‌آید:

$$\Delta b = b\sqrt{\frac{1}{N-2}\left(\frac{1}{r^2}-1\right)} \tag{۷}$$

که N تعداد داده‌ها و r رگرسیون است. برای سه کمیت نهایی، خطا اینگونه بدست می‌آید:

$$\Delta R_H = \frac{w}{B}\Delta b \tag{۸}$$



شکل ۱۴: نمودار آزمایش سوم

$$\Delta\mu = \sqrt{(\frac{\Delta b_H}{b_H}\mu)^2 + (\frac{\Delta b_x}{b_x}\mu)^2} \quad (۹)$$

$$\Delta\sigma = \sqrt{(\frac{\Delta\mu}{\mu}\sigma)^2 + (\frac{R_H}{R_H}\sigma)^2} \quad (۱۰)$$

۸ نتیجه گیری

۱) علت مشاهده ولتاژ هال زمانی که $I_m = 0$ این است که نیمه‌رسانای مورد استفاده دارای خاصیت مغناطیسی است و بعد از قطع شدن شدت جریان، مقداری پسماند در این ماده باقی می‌ماند.
۲) با استفاده از سه جدول ۱، ۲ و ۳ اگر $I = 200mA$ را برگزینیم، آنگاه داریم:

$$\begin{aligned} I = 200mA, I_m = 0A \rightarrow V_H = 0.76mV \\ I = 200mA, I_m = 1A \rightarrow V_H = 5.78mV \\ I = 200mA, I_m = 2A \rightarrow V_H = 30.10mV \end{aligned} \quad (۱۱)$$

با توجه به اعداد بالا، بنظر می‌رسد یک رابطه مستقیمی بین افزایش جریان مگنت و ولتاژ هال وجود دارد.
۳) جدول ۴ بیان می‌کند که ولتاژ هال همزمان متناسب مستقیم با حاصل‌ضرب جریان و میدان مغناطیسی دارد. چرا که در حالتی مثبت است که این دو هم‌علامت باشند. یعنی

$$V_H = \alpha BI \quad (۱۲)$$

که a و b باید فرد باشند و α ضرایب مستقل از جریان و میدان است.
۴) از جدول اول داریم:

$$\begin{aligned} B \perp B_e : V_H = \beta B = 0.26mV \\ B \parallel B_e : V_H = \beta(B + B_e) = 0.42mV \end{aligned} \quad (۱۳)$$

بنابراین نسبت این دو بدست می‌آید:

$$\frac{B_e}{B} = 0.62 \pm 0.03 \quad (۱۴)$$

بنابراین میدان مغناطیسی زمین کاملا مشهود است.
۵) با استفاده از نمودار نمودار V_H در جدول ۳، می‌توان ضریب هال را بدست آورد. از قبل در بخش شرح آزمایش مقادیر میدان را بر حسب جریان مگنت داشتیم. آنها را نیز لحاظ می‌کنیم.

$$V_H = \frac{R_H B}{w} I \rightarrow R_H = \frac{bw}{B} \tag{۱۵}$$

که b شیب نمودار است. چون خطای آزمایش سوم مناسب است ولی خطای آزمایش دوم بسیار زیاد است، بنابراین محاسبات زیر را فقط با نمودار آزمایش سوم انجام می‌دهیم. بنابراین داریم

$$R_H^{(2)} = (2.76 \pm 0.03) \times 10^{-4} (SI) \tag{۱۶}$$

۶) ۷) می‌دانیم

$$V_x = RI \tag{۱۷}$$

پس شیب نمودارهای V_x در جداول ۱ تا ۳، به ما مقاومت را می‌دهد.

$$\begin{aligned} R_1 &= 6.87 \pm 0.01 \Omega \\ R_2 &= 6.78 \pm 0.02 \Omega \\ R_3 &= 7.00 \pm 0.03 \Omega \end{aligned} \tag{۱۸}$$

بنابراین مقاومت نمونه با میانگین‌گیری از داده‌های بالا بدست می‌آید:

$$R = 6.88 \pm 0.04 \Omega \tag{۱۹}$$

علت اختلال این مقاومت‌ها همان اثر پسماند موجود در مساله است.
۸) اکنون می‌خواهیم σ و μ را بیابیم. با توجه به نمودار آزمایش سوم داریم

$$\frac{V_H}{V_x} = \frac{b_H}{b_x} = 0.02 \pm 0.01 = \frac{\mu B d}{l} \tag{۲۰}$$

در نتیجه

$$\mu = 0.17 \pm 0.08 (SI) \tag{۲۱}$$

$$\sigma = \frac{\mu}{R_H} = 616 \pm 7 (SI) \tag{۲۲}$$

۹) رسانندگی σ با ثابت هال رابطه عکس دارد و می‌دانیم که رساناها دارای رسانندگی بیشتری از نیمه‌رساناها دارند پس ضریب هال R_H در آنها کمتر است و اثر هال در رساناها سخت‌تر از نیمه‌رساناها دیده می‌شود.
۱۰) دستگاه گاوسی متر دستگاهی برای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی است که برای اینکار با قرار دادن یک جریان مشخص در یک میدان مغناطیسی و اندازه‌گیری ولتاژ هال، میدان را اندازه‌گیری می‌کند. اینکار بر پایه رابطه $V_H = IBR_H/w$ خواهد بود.