

# اثر کامپتون \*

## پارسا رنگریز

آزمایشگاه فیزیک ۴، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف

### ۱ مقدمه

#### ۱.۱ پراش اشعه ایکس و تعیین ثابت پلانک

یک روش تولید اشعه ایکس، کند شدن الکترون‌های پر انرژی در اثر برهمکنش با ماده است. بر اساس دینامیک برخورد، انرژی کاسته شده از الکترون به صورت فوتون تابش می‌شود و طیف پیوسته اشعه ایکس را ایجاد می‌کند. اگر الکترون ورودی تمام انرژی خود را از دست بدهد، فوتونی با انرژی الکترون اولیه تولید می‌شود. لذا بیش‌ترین انرژی فوتون‌های ایجاد شده از برخورد باریکه‌ای از الکترون‌ها که از اختلاف پتانسیل  $V$  عبور کرده باشند، برابر است با:

$$E_{max} = K_e = eV \quad (1)$$

از طرفی با توجه به رابطه انرژی و فرکانس فوتون، خواهیم داشت:

$$E_{max} = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}} = eV \rightarrow \lambda_{min} = \frac{hc}{eV} \quad (2)$$

که در آن  $c$  سرعت نور،  $h$  ثابت پلانک،  $e$  بار الکترون و  $V$  پتانسیلی است که الکترون از آن عبور کرده است. این رابطه نشان می‌دهد که اگر نمودار  $\lambda_{min}$  را برحسب  $\frac{1}{V}$  داشته باشیم، از روی شیب نمودار می‌توانیم  $h$  را با داشتن  $e$  و  $c$  بدست آوریم. چگونگی بدست آوردن طول موج اشعه ایکس نیز از تکنیک هوشمندانه‌ای استفاده می‌کنیم که آن پراش اشعه توسط یک بلور است. رابطه براگ شرایطی را پیش‌بینی می‌کند که پراش اشعه ایکس از یک کریستال ممکن باشد. شکل ۱ پرتوی ورودی را نشان می‌دهد که با زاویه  $\theta$  بر سطح کریستالی با ثابت شبکه  $d$  فرود آمده است. همانگونه که نشان داده شده است، شرط تداخل سازنده دو پرتوی بازتابیده از صفحات متوالی این است که اختلاف مسیر دو پرتو ضریب صحیحی از طول موج باشد.

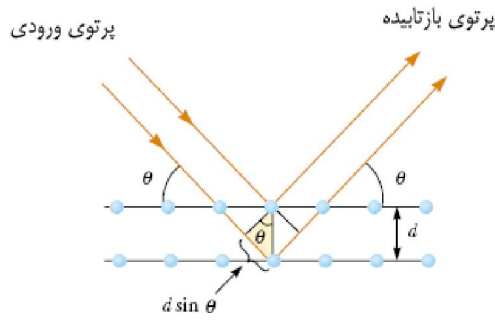
$$2d \sin \theta = m\lambda \quad (3)$$

که این رابطه را براگ برای اولین بار بدست آورد و در این رابطه به ازای  $m = 1$  شدت بیشینه است. لذا با اندازه‌گیری شدت اشعه ایکس بازتابیده در زاویه  $\theta$  از بلور، شدت اشعه را برای طول موج  $\lambda = 2d \sin \theta$  بدست آورده‌ایم.

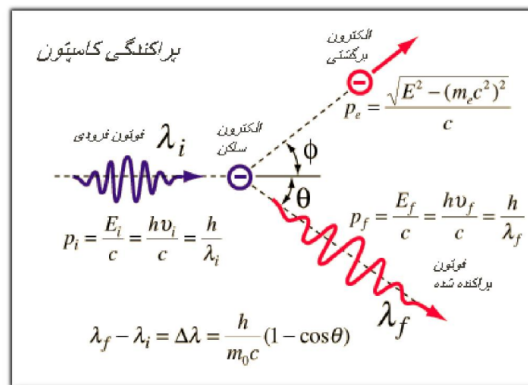
#### ۲.۱ اثر کامپتون

در سال ۱۹۲۰ کامپتون پراکندگی نور تکفام اشعه ایکس از مواد مختلف را مورد مطالعه قرار داد. او دریافت که طول موج حاصل از پراکندگی بزرگتر از طول موج اولیه است. امروزه می‌دانیم این تغییر طول موج بر اساس تئوری الکترومغناطیس کلاسیک قابل توجه نیست و بر اساس مکانیک کوانتومی، فرض می‌کنیم که اشعه ایکس از ذراتی به نام فوتون با انرژی  $E = h\nu$  و تکانه  $p = \frac{h}{\lambda}$  تشکیل شده است. به طوری که پس از برخورد فوتون با الکترون، انرژی و تکانه آن تقلیل می‌یابد. (شکل ۲). اگر  $p$  تکانه اولیه

\* داده‌های این آزمایش از آقای آزاد نصیری دریافت شده است



شکل ۱: پراش



شکل ۲: محاسبات پراکندگی کامپتون

فوتون،  $p'$  تکانه ثانویه فوتون،  $p_e$  تکانه ثانویه الکترون و  $E_e$  انرژی ثانویه الکترون باشد، آنگاه روابط زیر را داریم:

$$\begin{aligned} E + m_e c^2 &= E' + E_e \\ p &= p_e \cos \Phi + p' \cos \theta \\ 0 &= p_e \sin \Phi + p' \sin \theta \end{aligned} \quad (۴)$$

با حل دستگاه بالا داریم:

$$p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \theta \quad (۵)$$

و نیز برای روابط نسبیتی داریم

$$E_e^2 = c^2 p_e^2 + m_e^2 c^4 \quad (۶)$$

با ترکیب معادلات بالا می‌توان نوشت

$$(E + m_e c^2 - E')^2 = c^2 (p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \theta) + m_e^2 c^4 \quad (۷)$$

با ساده‌کردن جبری می‌رسیم

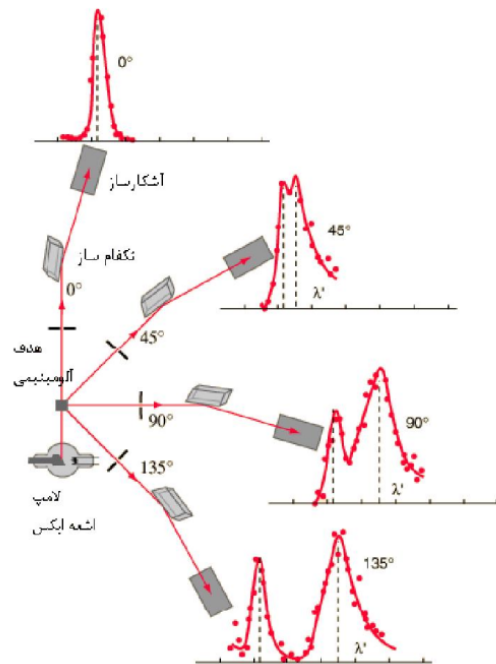
$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta) \quad (۸)$$

در نهایت خواهیم داشت:

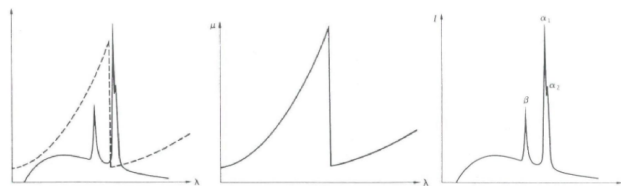
$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) \quad (9)$$

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{m_0c^2}(1 - \cos\theta)} \quad (10)$$

که  $m$  جرم الکترون،  $\theta$  زاویه پراکندگی و  $E$  انرژی نسبی الکترون هستند. به دلیل کوچک بودن مقدار  $\frac{h}{m_0c}$  اصولاً  $\Delta\lambda$  خیلی کم است و می‌بایستی زاویه  $\theta$  بزرگ انتخاب شود. (شکل ۳) برای پیدا کردن  $\lambda$  طول موج اولیه و  $\lambda'$  طول موج پراکنده شده



شکل ۳: پراکندگی کامپتون



شکل ۴: پراکندگی کامپتون و تامسون

کامپتون، از طریق تجربی، احتیاج به یک منبع تولید اشعه ایکس تکفام و مجموعه‌ای که قادر به تشخیص  $\Delta\lambda$  کوچک باشد، داریم. (خطای اندازه‌گیری هر کدام باید از اختلاف آنها کمتر باشد) برای تک فام کردن اشعه ایکس می‌توان طیف خروجی دستگاه

که حاوی طیف پیوسته و منفصل است (شکل ۴ - راست) از ورقه زیرکونیم که لبه جذب نزدیک به پیک اصلی دارد (به صورت فیلتر عمل می‌کند) (شکل ۴ - وسط) عبور داده شود تا اشعه تقریباً تکفام و حاوی بیشینه طیف در طول موج  $0.71 \text{ \AA}$  آنگستروم بشود. (شکل ۴ - چپ)

پس از برخورد به هدف آلومینیومی، دو نوع پراکندگی کامپتون (غیر الاستیک) و تامسون (الاستیک) رخ می‌دهد. برای تشخیص دادن این دو دسته اشعه، از منحنی بستگی جذب یک ورقه فلزی (مثل ورقه مسی) به طول موج که تغییرات شدیدی دارد، استفاده می‌کنیم. زیرا مجموعه موجود در آزمایشگاه قادر به تشخیص دادن دو قله مربوط به  $\lambda$  و  $\lambda'$  نیست. چنانچه منحنی مقدار درصد عبور ورقه مس نسبت به طول موج را داشته باشیم، با اندازه‌گیری عبور اشعه برای طول موج تکفام شده قبل (یا بعد) از پراکندگی و انتقال آن به منحنی عبور ورقه مسی، می‌توانیم طول موج اولیه (یا طول موج کامپتون) را از طریق تجربی بدست آوریم. توجه به این نکته ضروری است که احتمال پراکندگی کامپتون و تامسون همزمان در هر زاویه وجود دارد. به همین منظور، خواهیم دید که درصد عبور  $\frac{3T_2 - T_1}{2}$  را بجای  $T_2$ ، برای یافتن طول موج کامپتون بر روی منحنی می‌بریم.

## ۲ وسایل آزمایش

- ۱) دستگاه اشعه ایکس که جزئیات مربوط به آن در آزمایش آشکارسازی و جذب اشعه ایکس توضیح داده شده است.
- ۲) فیلتر زیرکونیم
- ۳) ورقه جاذب مسی
- ۴) بلور LiF ( $d = 2.01 \text{ \AA}$ )
- ۵) قطعه آلومینیومی
- ۶) شمارنده گایگر

## ۳ شرح آزمایش

### ۱.۳ آزمایش یک

همان‌گونه که در مقدمه توضیح داده شد با تکنیک پراش اشعه ایکس می‌توان طیف آن و بستگی  $\lambda_{min}$  به  $V$  را بدست آورد و از روی آن ثابت پلانک نیز محاسبه پذیر است.

ابتدا دستگاه اشعه ایکس را خاموش می‌کنیم. ولتاژ گایگر را در محدوده تخت قرار می‌دهیم و مقدار پالس ورودی  $N_0$  را به ازای  $T = 100 \text{ s}$  بدست آورده و در جدول ۱ درج می‌کنیم. این مقدار را پالس زمینه می‌گوییم که از محیط ناشی می‌شود. در تمامی مراحل آزمایش لازم است این مقدار را از داده‌های اندازه‌گیری شده کم کنیم.

بلور LiF در محل هدف قرار می‌دهیم و دستگاه را روشن می‌کنیم. برای ولتاژهای ۳، ۶ و ۷ بلور را در زاویه‌های خواسته شده در جدول ۲ قرار می‌دهیم و آشکارساز را در زاویه دوبرابر تنظیم می‌نماییم. تعداد پالس‌های رسیده به آشکارساز گایگر را در هر زاویه به ازای  $T = 10 \text{ s}$  تعیین کرده و مقادیر را  $N'$  می‌نامیم. با کسر زمینه  $N = N' - N_0$ ، مقدار شمار را در جدول ۲ می‌نویسیم. به این روش بر اساس رابطه براگ که توضیح داده شده، شدت را برای طول موج‌های مختلف بدست می‌آوریم. از طرفی با استفاده از یک ولت‌متر و اتصال آن به خروجی ولتاژ دو سر لامپ که در شکل ۴ آزمایش آشکارسازی و جذب اشعه ایکس نشان داده شده است، می‌توان  $\lambda_{min}$  را بر حسب  $\frac{1}{V}$  بدست آورد. البته باید توجه داشت که خروجی، ولتاژ را  $1000$  برابر کوچک‌تر می‌کند و از آنجا که ولتاژ از نوع AC است، ولتاژ واقعی از رابطه  $V_{real} = \sqrt{2}V \times 10^3$  بدست می‌آید.

### ۲.۳ آزمایش دو

برای ولتاژ ۷ ورقه جاذب مسی را جلوی گایگر قرار داده و شمارش پالس ( $M'$ ) را عیناً مانند آزمایش اول تکرار می‌کنیم و موارد فوق را در جدول ۳ ثبت می‌کنیم.

$$M = M' - N_0 \quad (11)$$

### ۳.۳ آزمایش سه

قطعه آلومنیومی و فیلتر زیرکونیم را در مکان مناسب خود قرار می‌دهیم. سپس دستگاه اشعه ایکس را روشن نموده،  $U_A$  را بر روی درجه ۷ و  $I_{em} = 1mA$  قرار می‌دهیم.

زاویه هدف با خط افق را بر روی  $\theta = 20^\circ$  و زاویه آشکارساز گایگر را روی  $125^\circ$  می‌گذاریم. (شکل ۵) سپس به ازای  $T = 100s$  تعداد پالس‌های رسیده به گایگر را تعیین می‌نماییم و این مقدار را  $N'_1$  می‌نامیم.

ورقه جذب کننده مسی را قبل از آلومنیوم و بعد از فیلتر زیرکونیم قرار داده، آنگاه تعداد پالس رسیده به گایگر را به ازای  $T = 100s$  تعیین می‌کنیم. (آن را  $N'_2$  می‌نامیم).

ورقه جذب کننده مسی را بعد از آلومنیوم و جلوی گایگر قرار داده و تعداد پالس رسیده به گایگر را به مدت  $T = 100s$  تعیین می‌کنیم. (آن را  $N'_3$  می‌نامیم) و سپس مقادیر زیر را محاسبه می‌کنیم. مقدار زمینه را از شمارش‌ها نیز کم می‌نماییم. یعنی:

$$N_i = N'_i - N_0, i = 1, 2, 3 \quad (12)$$

$$T_1 = \frac{N_2}{N_1}, T_2 = \frac{N_3}{N_1}, T'_2 = \frac{3T_2 - T_1}{2} \quad (13)$$

و مقادیر فوق را وارد جدول ۴ می‌کنیم. مشاهده می‌شود که  $T_2$  و  $T_1$  مساوی نیستند. با وجود اینکه اشعه ایکس پس از تولید در لامپ، در هر دو آزمایش یک عبور از ورقه زیرکونیم، یک فرایند پراکندگی و یک عبور دیگر از ورقه مسی داشته است.



شکل ۵: هدف در زاویه ۲۰ درجه آشکارساز در زاویه ۱۲۵ درجه

### ۴ هدف آزمایش

بررسی پراش اشعه ایکس و تعیین ثابت پلانک، رسم منحنی عبور اشعی ایکس از ورقه مسی و مشاهده اثر کامپتون و اندازه‌گیری طول موج کامپتون

## ۵ جدول داده‌ها

جدول ۱: پالس زمینه

First Time( $s^{-1}$ )	Second Time( $s^{-1}$ )	Third Time( $s^{-1}$ )	Mean( $s^{-1}$ )
0.35	0.26	0.39	0.33

$$V = 540 \pm 80V$$

جدول ۲: شدت دریافتی آشکارساز پس از پراش در زوایای مختلف برای سه مقدار ولتاژ مختلف دستگاه

$\theta(^{\circ})$	4	5	6	7	8	8.5	9	9.5	10	10.5	11	12
$N_3^{(1)}$	0.5	0.9	2.4	7.8	9.7	12.0	12.7	8.2	7.1	6.1	4.6	2.9
$N_3^{(2)}$	1.1	0.8	2.6	8.2	9.1	12.6	11.2	7.6	6.3	6.3	4.0	2.9
$N_3^{(3)}$	0.8	0.8	3.4	7.2	11.2	12.5	12.0	6.8	6.7	5.9	3.4	3.5
$N_3$	0.8	0.8	2.8	7.7	10.0	12.4	12.0	7.5	6.7	6.1	4.0	3.1
$N_6^{(1)}$	10.4	22.7	30.9	32.6	32.3	57.3	51.4	23.5	22.7	18.4	15.7	12.4
$N_6^{(2)}$	14.0	24.1	28.6	32.4	35.1	36.1	52.1	22.0	18.2	19.4	17.0	10.4
$N_6^{(3)}$	13.8	23.0	30.9	30.3	34.6	53.1	49.8	24.3	20.2	19.2	14.4	11.6
$N_6$	12.7	23.2	30.1	31.8	34.0	48.8	51.1	23.3	20.4	19.0	15.7	11.5
$N_7^{(1)}$	26.7	37.1	42.3	42.3	41.8	74.1	65.8	31.1	28.1	23.6	19.9	15.5
$N_7^{(2)}$	25.1	34.0	35.9	38.3	43.7	78.7	64.3	33.3	28.2	21.9	19.1	16.1
$N_7^{(3)}$	24.5	34.3	34.4	38.4	44.1	78.6	67.4	32.2	25.0	23.2	23.3	16.4
$N_7$	25.4	35.1	37.5	39.7	43.2	77.1	65.8	32.2	27.1	22.9	20.8	16
$\lambda(A^{\circ})$	0.28	0.35	0.42	0.49	0.56	0.59	0.63	0.66	0.70	0.73	0.77	0.84

$$V_{lamp}(V) : u = 3V \rightarrow 18.2, u = 6V \rightarrow 24.0, u = 7V \rightarrow 25.9$$

جدول ۳: میزان عبور اشعه ایکس از ورقه مسی در هر طول موج

$\theta(^{\circ})$	4	5	6	7	8	8.5	9	9.5	10	10.5	11	12
$N_7$	25.4	35.1	37.5	39.7	43.2	77.1	65.8	32.2	27.1	22.9	20.8	16
$M_7^{(1)}$	12.7	17.1	16.0	11.0	11.1	20.9	12.5	5.3	6.8	5.7	5.4	5.2
$M_7^{(2)}$	12.5	17.7	14.6	12.8	11.1	19.1	10.3	7.6	6.1	5.3	5.6	6.5
$M_7^{(3)}$	14.4	18.3	14.4	13.1	10.4	19.6	10.2	3.1	6.4	7.1	4.5	6.8
$M_7$	13.2	17.7	15	12.3	10.9	19.9	11.1	6.0	6.4	6.0	5.2	6.3
$T = \frac{M}{N}$	0.52	0.50	0.40	0.31	0.25	0.26	0.17	0.19	0.24	0.26	0.25	0.39
$\lambda(A^{\circ})$	0.28	0.35	0.42	0.49	0.56	0.59	0.63	0.66	0.70	0.73	0.77	0.84

$$V_{lamp} = 25.8V$$

مقادیر دستگاه اشعه ایکس:

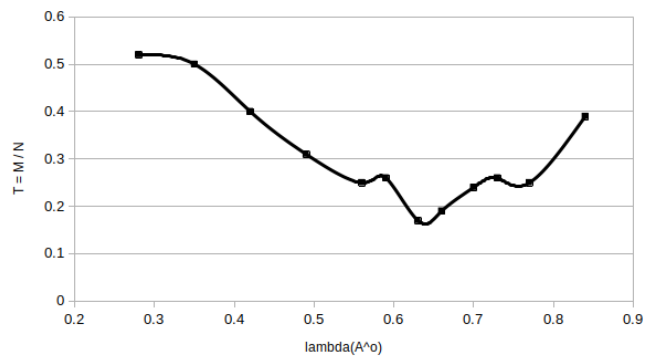
$$U_A = 7V, I_{em} = 1mA, \text{ زاویه هدف} = 20^{\circ}, \text{ زاویه آشکارساز} = 125^{\circ} \quad (14)$$

جدول ۴: نتایج آزمایش ۳

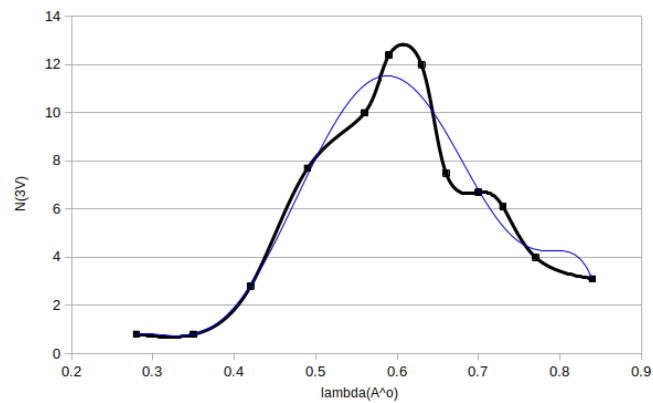
$N_1$	$N_2$	$N_3$	$T_1 = \frac{N_2}{N_1}$	$T_2 = \frac{N_3}{N_1}$	$T'_2 = \frac{3T_2 - T_1}{2}$
1.64	0.34	0.21			
1.45	0.26	0.19			
1.54	0.34	0.13			
1.54	0.31	0.18	0.22	0.12	0.07

$$V_{lamp} = 26.0V$$

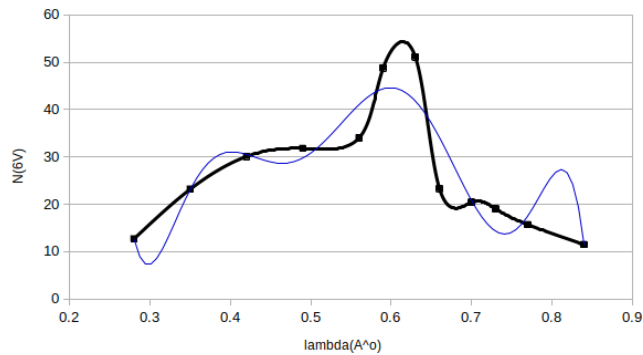
## ۶ نمودار داده‌ها



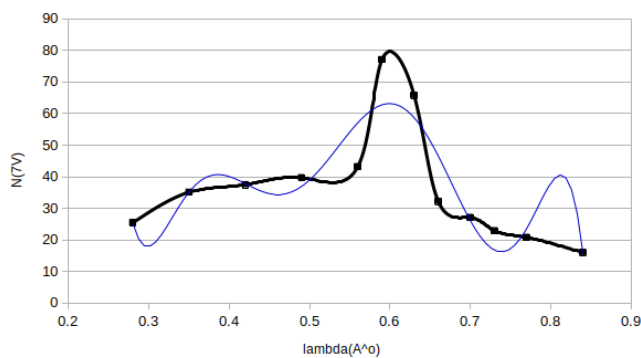
شکل ۶: نمودار نسبت عبور از مس بر حسب طول موج



شکل ۷: نمودار شدت دریافتی بر حسب طول موج برای  $u = 3V$



شکل ۸: نمودار شدت دریافتی بر حسب طول موج برای  $u = 6V$



شکل ۹: نمودار شدت دریافتی بر حسب طول موج برای  $u = 7V$

## ۷ خطا

خطاهای این آزمایش بدین شرح است (این آزمایش بسیار پرخطاست):

- (۱) خطای سیستماتیک دستگاهها
- (۲) خطای پالس زمینه
- (۳) محدود بودن فیت کردن بهترین نمودار
- (۴) کوچک بودن دامنه اندازه‌گیری

## ۸ نتیجه‌گیری

- (۱) در آزمایش اول، وقتی آشکارساز در زاویه  $20^\circ$  درجه باشد، شدت طول موج در حدود  $7$  نانومتر است. شدت با افزایش ولتاژ آند بالا می‌رود زیرا در این وضعیت الکترون‌های بیش‌تری از سطح جدا می‌شود.
- (۲) برای نمودارهای شدت دریافتی بر حسب طول موج که اشکال  $7$ ،  $8$  و  $9$  محسوب می‌شوند، می‌توان با قطع دادن نمودار فیت



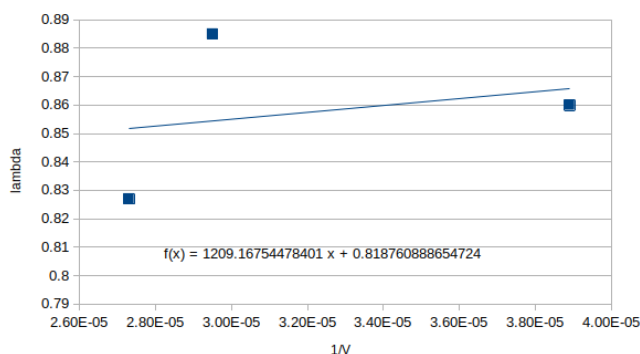
شده (آبی) با خط افقی، کمینه طول موج را حساب کرد. (از متمتیکا برای محاسبه ریشه منحنی‌های آبی بهره برده شده است)

$$\begin{aligned}\lambda_{min}(3V) &= 0.860A^\circ \\ \lambda_{min}(6V) &= 0.885A^\circ \\ \lambda_{min}(7V) &= 0.827A^\circ\end{aligned}\quad (15)$$

می‌توان منحنی  $\lambda_{min}$  را بر حسب  $\frac{1}{V_{real}}$  رسم کرد. از قبل داشتیم  $V_{real} = \sqrt{2}V_{lamp} \times 10^3$

$$\begin{aligned}\frac{1}{V_{real}(3V)} &= 3.89 \times 10^{-5} \\ \frac{1}{V_{real}(6V)} &= 2.95 \times 10^{-5} \\ \frac{1}{V_{real}(7V)} &= 2.73 \times 10^{-5}\end{aligned}\quad (16)$$

از روی شیب نمودار اگر استفاده کنیم داریم



شکل ۱۰: نمودار منحنی کمینه طول موج بر حسب وارون ولتاژ واقعی

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eV} \rightarrow h = 6.45 \times 10^{-34} \quad (17)$$

(۳) در منحنی طیف‌ها دو نقطه بیشینه وجود دارد. یکی مربوط به برانگیختگی الکترون‌های آند است و دیگری گزار به مراتب بالاتر.  
 (۴) بنابر الکترومغناطیس کلاسیک فرکانس اولیه و ثانویه باید یکی باشد و این شدت است که حتما تغییر می‌کند؛ اما در آزمایش دیده می‌شود که فرکانس تغییر می‌کند.  
 (۵) این آزمایش قابلیت تفکیک دو قله مربوط به  $\lambda$  و  $\lambda'$  را ندارد. بنابراین اگر منحنی مقدار درصد عبور ورقه مس را نسبت به طول موج را در نظر بگیریم، طول موج مورد نظر بدست خواهد آمد.  
 (۶) احتمال کامپتون به شدت ربطی ندارد؛ اما تامسون در شدت‌های کم بالاتر است و حدود سه برابر است، یعنی برای احتساب پراکندگی تامسون جدا کردن آن از کامپتون باید شدت قبل از مس و بعد را محاسبه کنیم و توجه کنیم که شدت قبل از آن ۳ برابر حالتی است که بعد از مدس اندازه گرفته شود. حال باید این دو شدت را از هم کنیم تا ضریب حذف مس بدست آید و از این طریق منحنی رابطه حذف به طول موج، طول موج کامپتون حاصل شود.  
 طول موج تامسون از کم کردن دو قلمدار بدون ضریب ۳ و تقسیم بر ۲ بدست می‌آید چرا که طول موج تامسون همان طول موج اولیه است. با استفاده از ضریب جذب آن منحنی جذب بر حسب طول موج بدست می‌آید.

(۷) از جدول ۴ داریم:

$$\begin{aligned}T_2' = 0.07 \rightarrow \lambda_c = 4.83 \text{ \AA} \\ T_2' = 0.07 \rightarrow \lambda_c = 1.54 \text{ \AA}\end{aligned}\quad (18)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta\lambda = 0.33 \text{ nm} \quad (19)$$

(۸) اگر بخواهیم از لحاظ نظری این اختلاف طول موج را حساب کنیم، داریم:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos 125^\circ) = 3.8 \text{ fm} \quad (20)$$

با توجه به جواب ۷ و ۸ می‌توان متوجه خطای بسیار بالای این آزمایش شد.  
(۹) با استفاده از بلورهای LiF بعنوان تورش پراش و استفاده از رابطه براگ داریم:

$$\lambda = 2d \sin \theta \rightarrow \theta = 9.73^\circ \quad (21)$$

$$\Delta\lambda = 2d\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = 0.52^\circ \quad (22)$$

از طریق دستگاه‌های آزمایشگاهی این آزمایش، امکان مشاهده چنین اختلاف زاویه‌ای ممکن نیست.  
(۱۰) تغییرات نسبی طول موج برای طیف مرئی بسیار کوچکتر از طیف اشعه ایکس است، بنابراین مشاهده اثر کامپتون برای نور مرئی ممکن نیست.